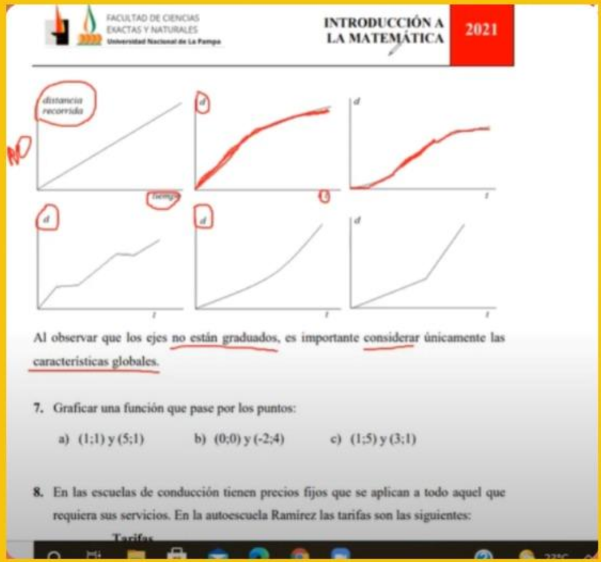
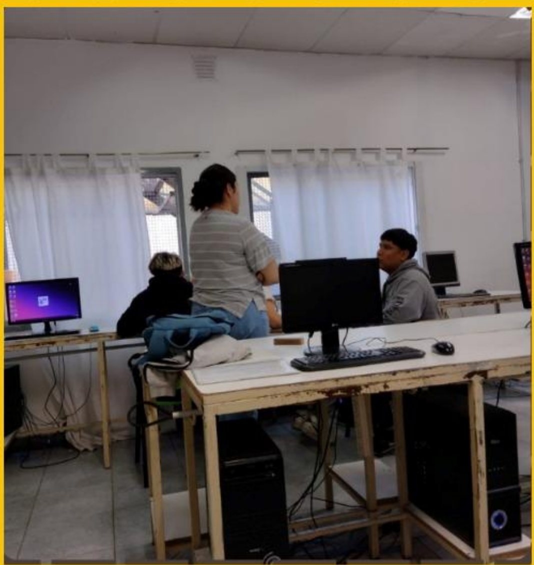
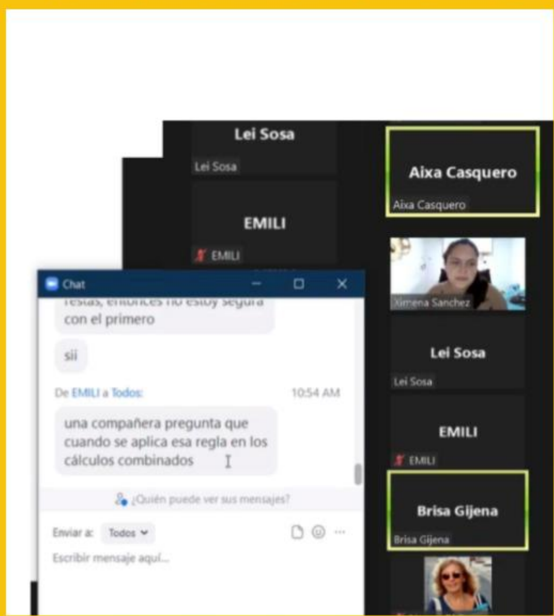
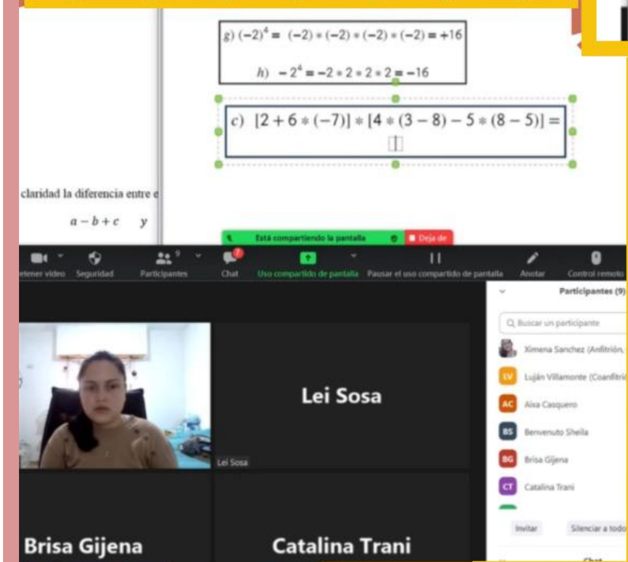

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Universidad Nacional de La Pampa
INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA
2021
distancia recorrida
tiempo
Al observar que los ejes no están graduados, es importante considerar únicamente las características globales.
7. Graficar una función que pase por los puntos:
a) (1;1) y (5;1)
b) (0;0) y (-2;4)
c) (1;5) y (3;1)
8. En las escuelas de conducción tienen precios fijos que se aplican a todo aquel que requiera sus servicios. En la autoescuela Ramírez las tarifas son las siguientes:
Tarifas



Lei Sosa
Aixa Casquero
EMILI
Chat
con el primero
sii
De EMILI a Todos:
10:54 AM
una compañera pregunta que cuando se aplica esa regla en los cálculos combinados
¿Quién puede ver sus mensajes?
Enviar a: Todos
Escribir mensaje aquí...
Ximena Sanchez
Brisa Gijena

g) $(-2)^4 = (-2) * (-2) * (-2) * (-2) = +16$
h) $-2^4 = -2 * 2 * 2 * 2 = -16$
c) $[2 + 6 * (-7)] * [4 * (3 - 8) - 5 * (8 - 5)] =$
claridad la diferencia entre e
$a - b + c$ y
Está compartiendo la pantalla
Seguridad
Participantes
Chat
Uso compartido de pantalla
Pausar el uso compartido de pantalla
Anotar
Control remoto
Participantes (9)
Ximena Sanchez (Anfitrión)
Luján Villamonte (Coanfitri
Aixa Casquero
Benvenuto Sheila
Brisa Gijena
Catalina Trani
Invitar
Silenciar a todos
Lei Sosa
Brisa Gijena
Catalina Trani


Campo de Prácticas
PROFESORADOS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES | UNLPam
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Universidad Nacional de La Pampa
EdUNLPam

Ximena Sofía Sanchez y Norma Di Franco
ximenasofiasanchez@gmail.com, difranconb@gmail.com

Procesos de conceptualización en las prácticas residenciales del Profesorado en Matemática
Presencialidad y virtualidad como dimensiones de análisis
Campo de Prácticas, Año 3, Nº 1, diciembre 2023
Sección: Artículos, pp. 1-32
ISSN 2118-8787

Procesos de conceptualización en las prácticas residenciales del Profesorado en Matemática. Presencialidad y virtualidad como dimensiones de análisis

Resumen

La propuesta se enmarca en el proyecto de investigación *Prácticas de formación de profesorado, configuraciones epistemológicas de identidad profesional*, en un estudio a partir de los dispositivos residenciales, últimos recorridos del Campo de las Prácticas Educativas del Profesorado en Matemática. La necesidad de trabajar en modalidades de educación remota en los últimos años nos puso en el desafío de analizar posibilidades formativas en entornos virtuales. El objetivo de este trabajo se centra en analizar procesos de conceptualización de saberes matemáticos escolares que se identifican en el currículum real, en prácticas mediadas por las tecnologías de la educación virtual y en prácticas que veníamos desarrollando en la presencialidad. Desde el estudio de casos se configuran muestras intencionales tomadas de la documentación de experiencias residenciales de las cohortes 2018 y 2019 -referencias de lo presencial- y de las cohortes 2020 y 2021 -referencias de la virtualidad-. El análisis permite advertir que, tanto en unas modalidades como en otras, se logran generar procesos reflexivos profundos y de complejidad conceptual. Aun así, profesoras/es y estudiantes demandan presencialidad. Y, con todo, algo que la pandemia instaló es que se necesitan recorridos formativos virtuales que contribuyan a un mayor acceso a la educación.

Palabras clave: campo de las prácticas, formación de profesorado, matemática, procesos de conceptualización, presencialidad y virtualidad

Processes of conceptualization in the residential practices of Mathematics teachers

Presentiality and virtuality as dimensions of analysis

Abstract

The proposal is framed within the research project Teacher training practices, epistemological configurations of professional identity, in a study based on residential devices, the latest routes of the Field of Educational Practices of the Mathematics Teacher Training. The need to work in remote education modalities in recent years challenged us to analyze training possibilities in virtual environments. The objective of this work is focused on analyzing processes of conceptualization of school mathematical knowledge identified in the real curriculum, in practices mediated by virtual education technologies and in practices that we had been developing in the classroom. From the case study, purposive samples are configured from the documentation of residential experiences of the 2018 and 2019 cohorts -presential references- and of the 2020 and 2021 cohorts -virtuality references-. The analysis shows that, both in some modalities and in others, deep and conceptually complex reflective processes are generated. Even so, teachers and students demand face-to-face attendance. And yet, something that the pandemic has established is the need for virtual training courses that contribute to greater access to education.

Keywords: field of practice, teacher training, mathematics, conceptualization processes, presentiality and virtuality

Virtualidad, presencialidad, mediaciones tecnológicas y procesos de conceptualización

El estudio se enmarca en el proyecto de investigación “Prácticas de formación de profesorado, configuraciones epistemológicas de identidad profesional” Res 526/19 FCEyN UNLPam, en un estudio a partir de los dispositivos residenciales, últimos recorridos del Campo de las Prácticas Educativas de la carrera. En términos muy amplios el proyecto plantea interrogantes acerca de: ¿qué principios epistemológicos reconocemos y qué saberes, estrategias, concepciones, vamos identificando y legitimando en la formación de profesores como propios de las prácticas? En particular, nos concentramos en analizar mediaciones con el saber matemático escolar que se identifican en el currículum real en las residencias en Matemática, en prácticas mediadas por las tecnologías de la educación virtual y en prácticas que veníamos desarrollando en la presencialidad. Algunos estudios previos nos ayudan en el análisis.

Ruthven (2007) caracteriza diferentes formas de enseñanza a partir del uso de tecnologías digitales, en un recorrido entre una modalidad clásica en que el profesor explica un tema frente al grupo utilizando un cañón y una laptop que él manipula; a modalidades que pasan de estar centradas en las intervenciones del profesor a un trabajo cooperativo focalizado en la apropiación del saber por parte de los estudiantes. Area Moreira (2008) organiza unos criterios para la actuación y uso con las tecnologías en las prácticas de aula que destacan que lo relevante debe ser siempre lo educativo, que las TIC no tienen efectos mágicos sobre el aprendizaje ni generan automáticamente innovación educativa, que se deben utilizar las TIC de forma que el alumnado aprenda haciendo cosas con la tecnología, que las TIC deben ser utilizadas tanto para instancias individuales como en momentos colaborativos y que la utilización de las TIC no debe considerarse como una acción ajena o paralela al proceso de enseñanza habitual (pp. 5-6). Área Moreira, Cepeda, Gonzales y Sanabria (2011) describen estudios en que los usos de la tecnología que no han implicado innovación ni renovación de prácticas de enseñanza tradicionales de transmisión de contenidos, en el mejor de los casos “una práctica ad hoc, añadida o anexa a la enseñanza habitual de las asignaturas" (p. 198), para consolidar contenidos. Otros autores señalan que las mediaciones tecnológicas explicitan la necesidad de analizar una erosión de las líneas curriculares tradicionales (Moreno Armella, 2011) que tracciona a abandonar contenidos cuya estabilidad se ve interrumpida por las tecnologías digitales. Desde una dimensión epistemológica, Mónica Villarreal (2012) analiza en casos en la enseñanza de la matemática, los modos en que diferentes medios, herramientas y tecnologías han condicionado y reorganizado la educación y la construcción de conocimiento. Desde tecnologías como la regla y el compás que hoy casi no las reconocemos como tales –en que la definición misma de la producción geométrica está configurada por los instrumentos utilizados–, o la demostración de reconocidos teoremas validada desde cálculos realizados en una computadora, la autora da cuenta de cómo “el conocimiento se constituye también por los medios que lo producen” (p. 81). Area, Hernández y Sosa (2016) caracterizan dos tipos de modalidades de uso de las tecnologías: un modelo de integración didáctica débil –las TIC no desplazan a los materiales tradicionales, la enseñanza expositiva y de reproducción del conocimiento–, y un modelo de integración didáctica intensa – empleo frecuente de las TIC, trabajo individual como grupal, presentaciones del docente y de los estudiantes, perspectivas más activa del aprendizaje, dentro de los enfoques y estrategias metodológicas que ya trabaja el docente, sin que suponga una ruptura con su práctica habitual–.

Consideraciones metodológicas

Al pensar en las vinculaciones con el saber matemático que se construyen en las prácticas de profesorado en la presencialidad y en las mediadas por los recursos tecnológicos en contextos remotos, una hipótesis podría expresar que, ante determinadas relaciones con el saber -una particular caracterización de prácticas docentes-, los recursos tecnológicos son argumentos que sostienen "inercias" (Area, 2008) de prácticas. Esto significaría que, si se desarrollan actividades reflexivas, de construcción o de memorización en la presencialidad, las prácticas mediadas por tecnologías en la educación remota permanecen con los mismos sentidos y se instrumentan actividades que promueven también elaboraciones relacionales o producciones o repeticiones mecánicas sin sentido, sin modificar los procesos que se identifican en la presencialidad. Es decir que, se puede reconocer en cualquiera de los dos casos el sello de relaciones del/de la profesor/a antes que diferencias por la modalidad de comunicación o de tareas. Para analizar las posibilidades de hipótesis como la planteada, es que proponemos este estudio.

La metodología se inscribe en las líneas de la investigación cualitativa, en el análisis de casos. El interés reside en la comprensión de las participaciones de los diferentes actores involucrados en tanto fuentes analizadas en el contexto en que se producen. En ese sentido, privilegiamos muestras acotadas cuya importancia radica en la validez del conocimiento construido antes que en la posibilidad de generalizar variables medibles de una muestra probabilística a todo un universo. Con ese fin se propone analizar un número acotado de unidades de análisis, una muestra intencional o basada en criterios (Martínez, 2006). La fuerza está en considerar los más oportunos o potentes para la explicitación de elementos para la comprensión del fenómeno que se estudia –las relaciones con el saber en las prácticas, en nuestro caso–, y los criterios de selección delimitan los alcances y los niveles de generalización (Neiman y Quaranta, 2006).

Por otra parte, y desde el rol de investigadoras, resulta importante a este equipo, seguir reflexionando acerca de las metodologías, trabajar en alternativas no extractivistas, en un ejercicio permanente de autocuestionamiento, ya que en los criterios de rigor, legitimidad, originalidad, en las reglas de construcción de evidencias y en todo lo que se pretende demostrar, se puede identificar una caracterización de ciencia, de archivo y de campo (Rufer, 2018) que necesitamos seguir discutiendo también. El corpus empírico se organiza en muestras intencionales tomadas de las producciones de los residentes de las cohortes de los últimos cuatro años de desarrollo de la Práctica Educativa anual con que culmina el profesorado. Las unidades de análisis quedan constituidas por las producciones - planificaciones/registros de clase/ avances de experiencias- de propuestas educativas completamente implementadas por las/os residentes en contextos locales destinados a la educación secundaria.

Se consideran para este estudio tres casos:

. por un lado, las producciones seleccionadas de un grupo de estudiantes de las cohortes 2018 y 2019, de prácticas en la presencialidad; con núcleos de contenidos de las operaciones aritméticas de potenciación y radicación, con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, en estrategias de factorización de expresiones algebraicas y en la conceptualización de números irracionales;

. un segundo caso que focaliza en un mismo núcleo conceptual - los Números Enteros- desde documentación de experiencias, algunas presenciales y otras de enseñanza remota;

. un tercer caso, seleccionando documentación de un colectivo de residentes, cohortes 2020 y 2021, que desarrolló sus prácticas completas en entornos virtuales, concentrados en el eje conceptual de las funciones matemáticas.

Para el primer caso se leyó detenidamente cada propuesta, prestando atención en los objetivos de aprendizaje, métodos de enseñanza, los recursos y materiales utilizados y, las intervenciones e intencionalidades de los docentes y alumnos. El análisis se realiza alrededor de cuatro ejes de relaciones con el saber matemático que permiten identificar patrones y tendencias en las propuestas, comparando y contrastando similitudes y diferencias entre ellas. Las cuatro dimensiones de referencia son: construcción/descubrimiento, interioridad/exterioridad, inmovilidad/desplazamiento e innovación/reproducción.

Como segunda instancia se seleccionaron propuestas didácticas enfocadas en operaciones en el conjunto de los Números Enteros, en cuestiones como la reconocida ¨regla de los signos¨.

Como algunas se habían desarrollado en modalidad virtual y otras en presencialidad, el análisis con las lentes de los cuatros ejes de relaciones con los saberes mencionados se orienta a valorar habilitaciones, posibilidades y problemáticas en los dos modos de actividad.
Para el tercer caso se analizan grabaciones de las clases teóricas y prácticas desarrolladas en el marco del denominado Taller de introducción a la matemática (TIM) hacia 2022.
Se hace necesario entonces describir esos ejes que tomamos como referencia. Para ello recuperamos una investigación realizada por este mismo equipo (Di Franco, 2018), acerca de Relaciones con el Saber en las prácticas del profesorado en Matemática - *rapport au savoir*, RAS-, que quedan descriptas por:

. la relación construcción-descubrimiento, que permitiría caracterizar qué prácticas instituyen la génesis del saber escolar; entre las posturas teoricistas, contemplativas, místicas, encandiladas por la teoría y las estrategias cognitivas en situaciones de elaboración, reflexivos y de producción;

. la relación inmovilización - desplazamiento, desde unas prácticas que (in)habilitan interacciones y movilidades, entre una vinculación con el saber de rigidez, de únicos modos, caminos o respuestas, basado en el control de rutinas y unas relaciones de intercambio, transferibilidad, movimiento y circulación;

. la relación innovación-reproducción, apoyada en prácticas que generan posibilidades intersticiales, que se mueven entre las redes inéditas, propias, nuevas y apropiadas con los saberes y las relaciones de clausura, de intersticios obturados, valoradas por la replicabilidad; y

. la relación interioridad - exterioridad, centrada en la significatividad de las relaciones con el saber que se promueven en esas prácticas, entre las racionalistas guiadas por la razón -no por la criticidad-, los tópicos externos y el seguimiento por pistas y las conexiones significativas en las lógicas disciplinares en contextos de semantización. Tales racionalidades colaboran con las reflexiones que desarrollamos en este estudio.

Primer caso. Recursos físicos en la presencialidad

Se analizaron varios contextos educativos en aulas presenciales con docentes utilizando recursos físicos (no digitales).

Contexto vinculado al trabajo en aula presencial orientado por las conceptualizaciones de las operaciones aritméticas de potenciación y radicación

Se propone un recurso didáctico para introducir el concepto de potenciación como es el de una buena cantidad de cubitos de madera –unos 70-, comenzando por recuperar con las/os alumnas/os, de épocas escolares anteriores, las ideas de cuerpo, arista y cubo. La consigna principal consiste en construir cuerpos de madera de tal manera que el largo, el ancho y el alto tengan la misma cantidad de cubitos. La intencionalidad docente explicitada es la de relacionar la cantidad de cubitos en la arista con la cantidad de cubitos necesarios para formar un cubo. Para ello, plantea preguntas como: "¿Cuántos cubitos se necesitan para formar un cuerpo con una arista de 3 cubitos?", "¿Cuál es el cubo más grande que puedo construir con 65 cubitos? ¿Sobran? ¿Cuántos cubitos se necesitan en la arista?", "¿Cuántos cubitos necesito para formar un cubo de arista 8?", "¿Cuántos cubitos necesito para formar el cuerpo más pequeño?" (Propuesta PPA).

La planificación prevé que no habrá muchas dificultades para armar los cuerpos, lo que permite que los estudiantes trabajen con autonomía. Sin embargo, el docente interviene con preguntas que buscan institucionalizar el concepto de potenciación: "¿Será la figura más pequeña la que está formada por un solo cubito?", "¿Cómo puedo relacionar 2 aristas de ancho, 2 de largo y 2 de profundidad con 8? ¿Y 3, 3 y 3 con 27?", "¿Cómo sería un cuerpo con una arista de n cubitos? ¿Hay alguna forma de saber cuántos cubitos constituyen la arista sí sé que hay 27 cubitos? ¿Y con 64 cubitos?".

La pretensión docente es que, a través de la generalización de las respuestas, los estudiantes lleguen a las definiciones de potenciación y de radicación. Nos parece interesante en términos relacionales que ambas definiciones se presentan interdependientes, vinculadas, adoptando un camino que, al menos, propone menor fragmentación que desarrollar una operación y todas sus propiedades y en otro momento, distante y como no relacionada, su operación "inversa" y sus propiedades.

Figura 1. Alumnos con material manipulativo para la potenciación

Figura 2. Alumnos con material manipulativo para la radicación

En cuanto a las relaciones con el saber –RAS–, desde su dimensión más epistemológica, podemos hablar de construcción del conocimiento. Esto se debe a que el aprendizaje no parte de una definición, sino de un problema que los estudiantes deben resolver. El proceso de búsqueda de los alumnos culmina con la institucionalización formal que otorga un estatuto de conocimiento a la construcción que han logrado. Desde la dimensión psicológica, hablamos de interiorización, ya que el conocimiento que se presenta incluye e interroga a las/os alumnas/os, considerando su punto de vista y experiencias. Las/os estudiantes se apropian de un contenido que requiere de su elaboración y reflexión personal. Esto hace que la relación se vuelva significativa y tenga valor intrínseco para el alumno. La mirada didáctica nos orienta hacia una relación de desplazamientos, ya que el docente reconoce a las/os estudiantes como seres autónomos, les propone que reflexionen y debatan entre ellas/os para construir su conocimiento, el saber en movimiento en la voz y en los apilamientos da cuenta de esos procesos. Finalmente, direccionadas/os en la dimensión curricular, decimos que es una relación innovadora ya que el docente genera unas condiciones iniciales de interacción entre las operaciones, que habitualmente y en las prescripciones oficiales figuran separadamente, y aquí se ofrecen presentando este recurso de reflexión y debate hasta llegar a una definición de las operaciones aritméticas que, como mínimo, promueve otros caminos relacionales.

Contexto vinculado al trabajo en aula presencial orientado por las conceptualizaciones de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables

La docente de los materiales recopilados de esta experiencia presenta como objetivo que los alumnos puedan resolver de manera que considera intuitiva un sistema de ecuaciones con dos variables. Para ello, utiliza un recurso lúdico compuesto por cuatro frascos de pintura de color violeta, cada uno con una tonalidad diferente, y tarros de pintura de colores rojo y azul, junto con una herramienta para medir la cantidad de pintura. Además, proporciona a las/os estudiantes una hoja con datos de precios por mililitro de las pinturas y lo que se gastó para formar cada frasco. La consigna principal es que las/os alumnos, en grupos, puedan replicar los frascos de pinturas dados, averiguando cuántos ml de pintura roja y cuántos ml de pintura azul necesitan -conocimiento como necesidad antes que como imposición-. Durante la actividad, la docente propone tres momentos clave de intervención: preguntando a los alumnos cómo pueden calcular el costo de cada ml de pintura, advirtiéndoles que tengan en cuenta la tonalidad de la pintura, es decir, si es más roja o azul y dando un ejemplo de solución donde la cantidad de pintura roja y azul de un frasco supera la cantidad de pintura violeta -el registro cromático como traducción de las proporciones de las pinturas en la mezcla-. Las/os alumnas/os utilizan sus propias lógicas o la regla de tres simple para calcular el valor de cada ml de pintura y realizan pruebas y ensayos para sumar los precios de cada color, asegurándose de no superar una cantidad determinada de ml de pintura ni de dinero. Con la guía de la docente y el trabajo en equipo, los alumnos llegan a institucionalizar un sistema de ecuaciones de dos variables, lo que les permite resolver problemas matemáticos más complejos en el futuro.

Figura 3. Muestras de pintura roja y azul utilizada en la clase

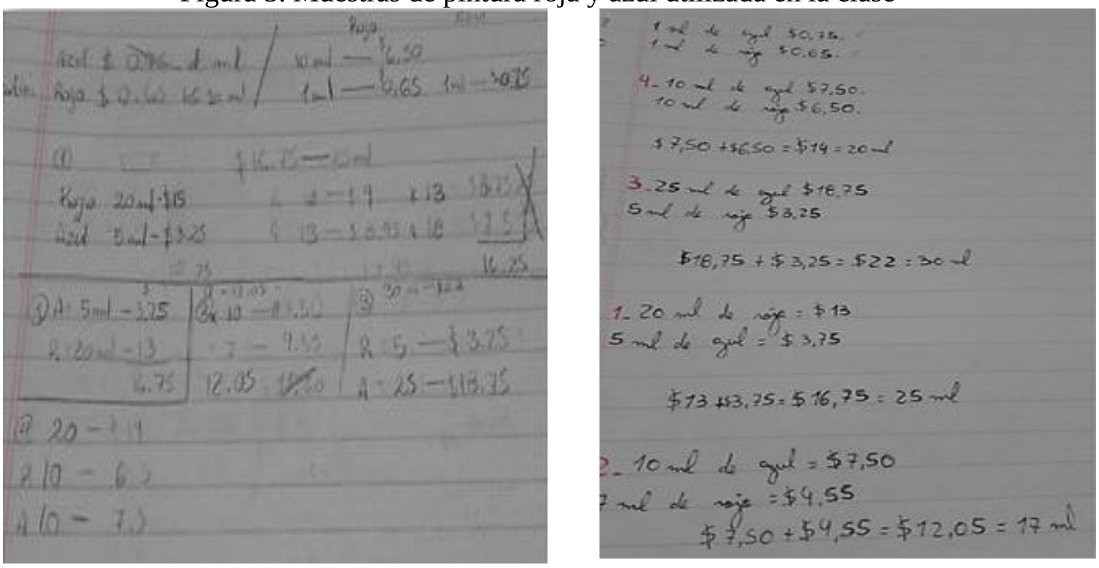


Figura 4. Anotaciones realizadas por las/os alumnas/os

En cuanto a las relaciones con el saber matemático, desde la dimensión epistemológica, se advierte una construcción a partir de la presentación de un problema que despierta la reflexión y la elaboración de soluciones por parte de las/os alumnas/os. Desde las posibilidades de interiorizar, las/os alumnas/os otorgan significado al conocimiento y utilizan expresiones propias para institucionalizarlo. Didácticamente, se produce un desplazamiento planificado en el que tanto las/os alumnas/os como la docente, intervienen activamente en el proceso, armando un recorrido de participaciones que van aportando en las condiciones del sistema de ecuaciones. Desde lo curricular, se aprecia una planificación innovadora que introduce una metodología para abordar sistemas de ecuaciones de manera intuitiva, muy experiencial, permitiendo que las/os alumnas/os resuelvan de forma autónoma y tengan herramientas para identificar caminos de cálculos más favorables y eficientes para armar las tonalidades precisas de los colores.

Contexto vinculado al trabajo en aula presencial orientado por procesos de factorización de expresiones algebraicas

El objetivo que explicita la docente en esta experiencia es que las/os alumnas/os, a través de la manipulación de fichas y la reflexión sobre esas operaciones, puedan construir y comprender estrategias de factorización como transformación de sumas en productos de expresiones algebraicas. Se presentan tres tipos de fichas (Figura 5): un cuadrado de lado x que tiene un área igual a x^2, un rectángulo con un largo de 1 y un ancho de x con su consecuente área igual al producto entre sus dimensiones (1·x), y un cuadrado de lado 1 con su área de valor 1. La tarea principal consiste en que las/os estudiantes trabajen en grupos, construyan rectángulos utilizando un número específico de fichas y luego escriban una expresión para calcular el área total de esos rectángulos construidos. Así, la versión de área total como suma de las áreas de todas las fichas que componen la figura exhibe su condición de equivalente al área total que se obtiene de multiplicar las expresiones del ancho y del largo de esa figura. En algunos ejemplos se les pide a las/os alumnas/os que intenten construir un rectángulo con un conjunto de fichas seleccionadas para mostrar que no siempre es posible factorizar un polinomio. A continuación, se les proporcionan funciones cuadráticas polinómicas y se les pide que construyan rectángulos que cumplan con la expresión del área correspondiente. Luego, la consigna es escribir el área del rectángulo como base por altura y verificar si ambas expresiones representan lo mismo utilizando la propiedad distributiva o argumentan otra posibilidad. La docente presenta más ejemplos de igualdades en la pizarra y se va extendiendo el concepto de factorización de un polinomio con estos ejemplos.

Figura 5. Fichas manipulativas que se utilizan en la clase

Figura 6. Alumnas/os construyendo rectángulos con una cantidad determinada de fichas

La planificación tiene un enfoque constructivista del aprendizaje, las/os alumnas/os juegan un papel activo en la construcción de su propio conocimiento. Se busca que el aprendizaje esté basado en la actividad reflexiva del alumno y no quede en lo manipulativo del material. Se puede hablar de la interioridad de las relaciones ya que la/el alumna/o no aplica una definición ya dada, sino que la genera, basada/o en su propia construcción, estableciendo relaciones y construyendo equivalencias para lograr experiencias significativas. Desde la dimensión curricular, el carácter innovador se puede reconocer en la interpelación de un mito en la enseñanza que deposita en la manipulación de objetos el aprendizaje y en esta experiencia se fortalece la idea de que son los procesos reflexivos que acompañan las actividades con los materiales físicos los que sostienen las construcciones, de manera que, al realizar nuevos ejercicios de factorización sin la presencia de las fichas, se pueden construir las equivalencias entre formas polinómicas y factorizadas.

Contexto vinculado al trabajo en el aula presencial orientado por la conceptualización de números irracionales

El objetivo de la docente es que los alumnos comprendan las limitaciones de los números racionales en la resolución de ciertas situaciones de medida y, posteriormente, construyan una comprensión del concepto de número irracional. Para alcanzar este objetivo, la docente utiliza como recurso dos cuadrados de papel glasé, cada uno de área 1, y pide a los alumnos que los corten por su diagonal y luego construyan un nuevo cuadrado que contenga a los cuatro triángulos obtenidos. Los alumnos son interrogados sobre el área del cuadrado resultante y la medida de cada lado del mismo. Lo que se espera es que los alumnos reconozcan que, para obtener el área del nuevo cuadrado, deben sumar las áreas de los cuadrados iniciales, lo que resulta en un cuadrado de área 2.

Un error muy frecuente se produce al utilizar la calculadora y redondear los números decimales, lo que resulta en cálculos aproximados del área en lugar del valor exacto que es 2. Lugo en el pizarrón, la docente presenta los valores propuestos por los alumnos de las posibles dimensiones del nuevo cuadrado y propone que evalúen cuál es el "mejor" valor para alcanzar un área de 2. Es claro que ninguna de las dimensiones propuestas por los alumnos dará un área exacta de 2, y esto habilita a la docente a dar argumentos de la no existencia de ningún número racional que, multiplicado por sí mismo, dé como resultado 2. Por consiguiente, en el pizarrón se muestra a los estudiantes cómo despejar "a" -lado del nuevo cuadrado- y se explica que el lado que están buscando es la raíz cuadrada de dos, y que queda expresado así sin aproximar decimales. En ese momento, la docente ha generado las condiciones para comenzar a institucionalizar el concepto de número irracional.

Figura 7. Muestra del cuadrado de papel glasé utilizado en clase

Con respecto a las relaciones del saber podemos decir que la docente utiliza una estrategia de enseñanza en la que las/os estudiantes participan activamente en la comprensión del concepto de número irracional. A través de la actividad, de manera dinámica y sin recitados teóricos, las/os alumnas/os van comprendiendo que la longitud del cuadrado resultante no está representada por un número racional, y esto lleva a la necesidad de otros números y habilita introducir el concepto de número irracional. Se fomenta una participación activa y la comprensión profunda y significativa del concepto de número irracional al llevar a cabo una discusión sobre los valores propuestos por los alumnos y la no existencia de ningún número de los conocidos hasta ese momento que represente exactamente la dimensión de dicho cuadrado. Además, esto se relaciona con la interioridad, ya que las/os estudiantes comienzan a comprender internamente la naturaleza de los números irracionales y su relación con los números racionales.

Interpelaciones a partir del primer caso

Los contextos descriptos permiten ejemplificar varios otros en la configuración de un primer caso que nos interesa mostrar en cuanto a las posibilidades relacionales con los saberes. La convicción queda guiada por recuperar situaciones que interrumpan fragmentaciones, mecanización de operaciones o inhabilitaciones por el código simbólico, entre otros impedimentos ya demasiado caracterizados en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar. Con estas producciones constituyendo aportes en nuestro primer caso, la fuerza del análisis nos permite interpelarnos con planteos cuya formulación es actual, no es de aquellos momentos residenciales, y tienen la frescura de impactar sobre decisiones que podríamos tomar hoy. Nos preguntamos si el material físico de los cubitos de madera o las fichas diseñadas para la factorización estarían señalando un límite tecnológico en la comprensión o, por el contrario, los podríamos seguir reconociendo como los de las mejores posibilidades de comprender de las/os alumnas/os ante una manipulación –en los sentidos aclarados– y una reflexión favorecida por ponerse en sintonía con las dimensiones corporales, los tamaños, los desplazamientos, el ensayo y el error, la construcción mental de una imagen, las relaciones entre las partes. Esto es, estas mediaciones en la presencialidad, ¿habilitarán relaciones más constructivas, movilizadas, innovadoras, de mayor condicionalidad o de mayor aproximación al concepto que otras mediaciones?

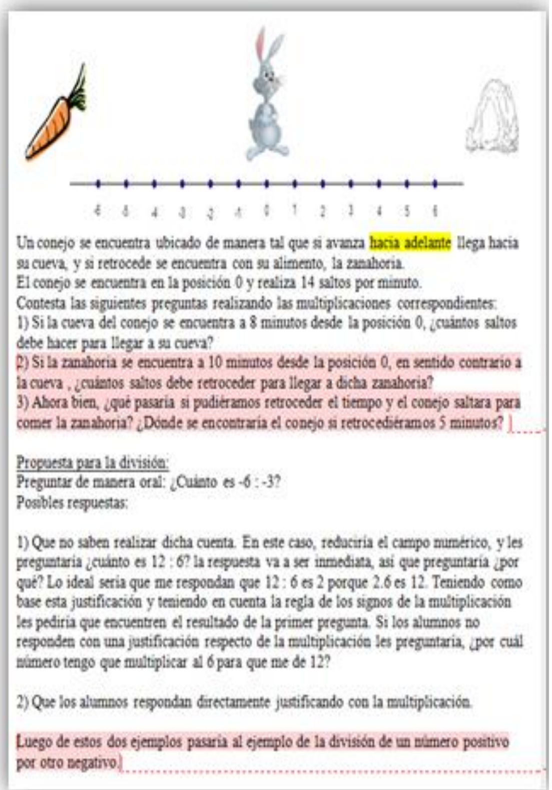
Segundo caso. Los Z en la presencialidad y en la virtualidad

Para este segmento se realiza un análisis minucioso de cuatro planificaciones relacionadas con números enteros, dos virtuales y dos presenciales. Describimos aquí algunas consideraciones.

Contexto vinculado al trabajo en el aula presencial orientado por la conceptualización del campo multiplicativo de los enteros

La propuesta seleccionada se presenta como un ejemplo que nos permite caracterizar un proceso. El tema se ubica en el campo multiplicativo de los números enteros, para trabajar las -tan mencionadas en el secundario- reglas de los signos. Las actividades se concentran en :

Los contextos de la vida cotidiana suelen figurar entre los argumentos más utilizados para dar sentido a las situaciones con números negativos. ¿Habrá sido advertido por la residente el obstáculo agregado con la situación de los saltos del conejo? Ante la duda la consigna “contesta realizando las multiplicaciones correspondientes”, indica qué operación deben realizar las/os alumnas/os. La apelación a las palabras/tópicos que reemplazan la comprensión como: “hacia adelante”, “sentido contrario a la cueva”, “retroceder el tiempo” (Figura 8), constituyen nuevos esfuerzos para que se pueda llegar a resolver. Se trata de una situación que no problematiza nada, en la que el contexto del camino del conejo resulta un obstáculo más a la hora de otorgar significados a la regla de los signos.



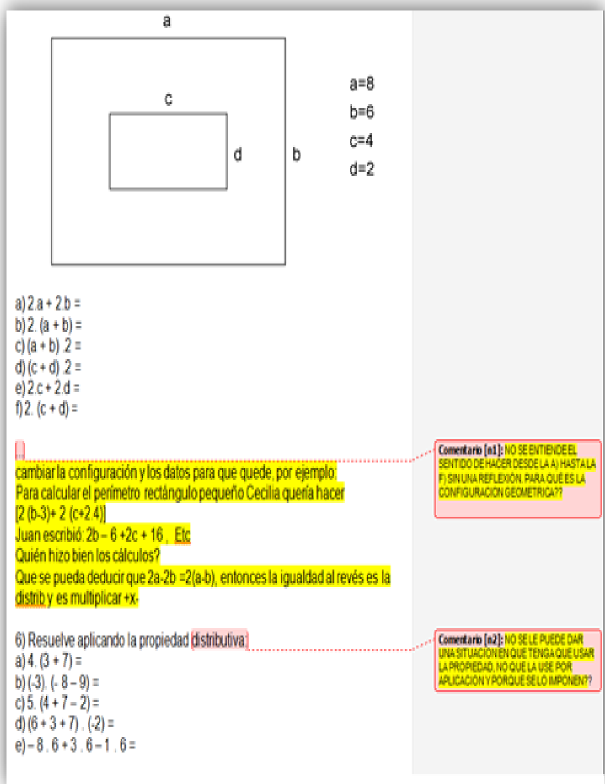
Un conejo se encuentra ubicado de manera tal que si avanza hacia adelante llega hacia su cueva, y si retrocede se encuentra con su alimento, la zanahoria.
El conejo se encuentra en la posición 0 y realiza 14 saltos por minuto.
Contesta las siguientes preguntas realizando las multiplicaciones correspondientes:
1) Si la cueva del conejo se encuentra a 8 minutos desde la posición 0, ¿cuántos saltos debe hacer para llegar a su cueva?
2) Si la zanahoria se encuentra a 10 minutos desde la posición 0, en sentido contrario a la cueva , ¿cuántos saltos debe retroceder para llegar a dicha zanahoria?
3) Ahora bien, ¿qué pasaría si pudiéramos retroceder el tiempo y el conejo saltara para comer la zanahoria? ¿Dónde se encontraría el conejo si retrocediéramos 5 minutos?

Propuesta para la división:
Preguntar de manera oral: ¿Cuánto es -6 : -3?
Posibles respuestas:

1) Que no saben realizar dicha cuenta. En este caso, reduciría el campo numérico, y les preguntaría ¿cuánto es 12 : 6? la respuesta va a ser inmediata, así que preguntaría ¿por qué? Lo ideal sería que me respondan que 12 : 6 es 2 porque 2.6 es 12. Teniendo como base esta justificación y teniendo en cuenta la regla de los signos de la multiplicación les pediría que encuentren el resultado de la primer pregunta. Si los alumnos no responden con una justificación respecto de la multiplicación les preguntaría, ¿por cuál número tengo que multiplicar al 6 para que me de 12?

2) Que los alumnos respondan directamente justificando con la multiplicación.

Luego de estos dos ejemplos pasaría al ejemplo de la división de un número positivo por otro negativo.



a) 2.a + 2.b =
b) 2. (a + b) =
c) (a + b) .2 =
d) (c + d) .2 =
e) 2.c + 2.d =
f) 2. (c + d) =

cambiar la configuración y los datos para que quede, por ejemplo:
Para calcular el perímetro rectángulo pequeño Cecilia quería hacer
[2 (b-3)+ 2 (c+2.4)]
Juan escribió: 2b – 6 +2c + 16 , Etc
Quién hizo bien los cálculos?
Que se pueda deducir que 2a-2b =2(a-b), entonces la igualdad al revés es la distrib y es multiplicar +x-

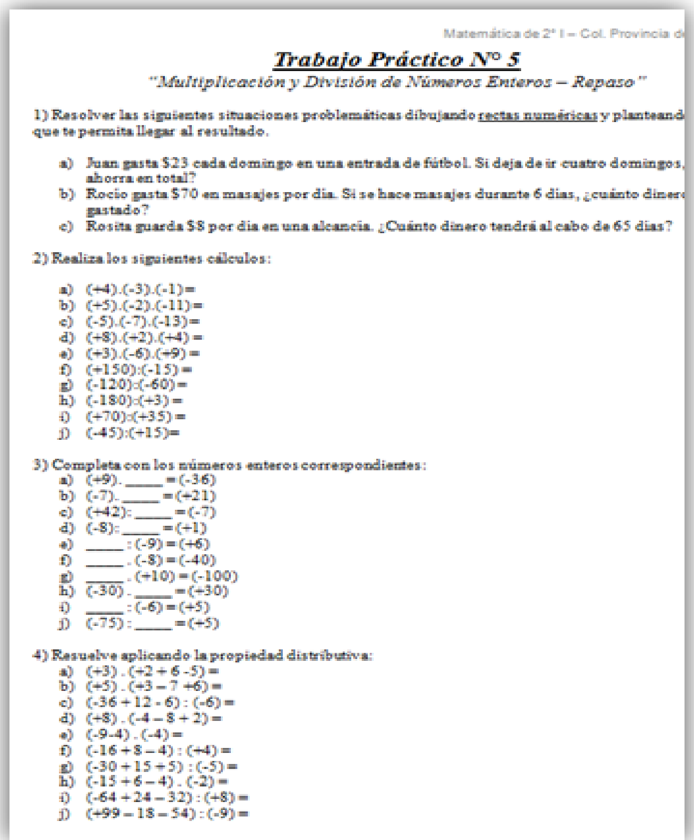
Comentario [n1]: NO SE ENTIENDE EL SENTIDO DE HACER DESDE LA A) HASTA LA F) SIN UNA REFLEXIÓN. PARA QUÉ ES LA CONFIGURACION GEOMETRICA??

6) Resuelve aplicando la propiedad distributiva:
a) 4. (3 + 7) =
b) (-3). (- 8 – 9) =
c) 5. (4 + 7 – 2) =
d) (6 + 3 + 7) . (-2) =
e) – 8 . 6 + 3 . 6 – 1 . 6 =

Comentario [n2]: NO SE LE PUEDE DAR UNA SITUACION EN QUE TENGA QUE USAR LA PROPIEDAD, NO QUE LA USE POR APLICACIÓN Y PORQUE SE LO IMPONEN??

Figura 8. Actividades de la planificación analizada
Figura 9. Imagen de la planificación con retroalimentaciones del docente de la residencia.

Se puede advertir una configuración geométrica que no colabora con la consigna, que simula contextualización; unos cuadrados mágicos como adornos soportes para justificar que se pretende que se hagan muchas divisiones; preguntas que se responden por sí o por no, en las que toda la información la da el profesor, está contenida en la pregunta y restringen la participación del/la alumno/a; no hay preguntas reflexivas, ni consignas que necesiten argumentaciones, búsqueda de relaciones o análisis de propiedades; nuevamente las garantías de aprendizaje están depositadas en la aplicación, sin reflexiones respecto de las instrucciones dadas para cumplir, sin otorgar ni demandar sentidos ni significados.



Matemática de 2° I – Col. Provincia d

Trabajo Práctico N° 5

"Multiplicación y División de Números Enteros – Repaso"

1) Resolver las siguientes situaciones problemáticas dibujando rectas numéricas y planteand que te permita llegar al resultado.

a) Juan gasta $23 cada domingo en una entrada de fútbol. Si deja de ir cuatro domingos, ahorra en total?
b) Rocio gasta $70 en masajes por dia. Si se hace masajes durante 6 dias, ¿cuánto diner gastado?
c) Rosita guarda $8 por dia en una alcancia. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 65 dias?

2) Realiza los siguientes cálculos:

a) (+4).(-3).(-1)=
b) (+5).(-2).(-11)=
c) (-5).(-7).(-13)=
d) (+8).(+2).(+4) =
e) (+3).(-6).(+9) =
f) (+150):(-15) =
g) (-120):(-60) =
h) (-180):(+3) =
i) (+70):(+35) =
j) (-45):(+15)=

3) Completa con los números enteros correspondientes:
a) (+9). _____ = (-36)
b) (-7). _____ = (+21)
c) (+42): _____ = (-7)
d) (-8): _____ = (+1)
e) _____ : (-9) = (+6)
f) _____ . (-8) = (-40)
g) _____ . (+10) = (-100)
h) (-30) . _____ = (+30)
i) _____ : (-6) = (+5)
j) (-75) : _____ = (+5)

4) Resuelve aplicando la propiedad distributiva:
a) (+3) . (+2 + 6 -5) =
b) (+5) . (+3 – 7 +6) =
c) (-36 + 12 - 6) : (-6) =
d) (+8) . (-4 – 8 + 2) =
e) (-9-4) . (-4) =
f) (-16 + 8 – 4) : (+4) =
g) (-30 + 15 + 5) : (-5) =
h) (-15 + 6 – 4) . (-2) =
i) (-64 + 24 – 32) : (+8) =
j) (+99 – 18 – 54) : (-9) =

Continúan las series de muchos ejercicios, quizás como garantía de recorrer exhaustivamente todo lo que hay que aprender, con un cuidado por el lenguaje técnico aún cuando resulta excesivo o innecesario en paréntesis y signos. Ello invita a pensar que cuando la comprensión no es la esencia, el lenguaje cargado de símbolos parece garantizar el conocimiento. Nada otorga sentido a los cálculos.

Figura 10. Muestra de la abundante cantidad de ejercicios en la planificación

Un campo de complejidades significativamente investigado e igualmente persistente como dificultad en el aprendizaje de la Matemática en la Educación Secundaria es el vinculado a los números enteros. La utilización de modelos concretos para la introducción escolar de los números enteros se sostuvo y se sostiene en la enseñanza bajo supuestos por los cuales otros sistemas de objetos que se consideran familiares a las/os alumnas/os, desde su experiencia con el modelo, podían dar sentido/significado a sus reglas de funcionamiento y, posteriormente, por analogía, extenderlas al conjunto generalizado de los números enteros y sus lógicas de operaciones. Con los modelos concretos las dificultades escolares han continuado presentes y las críticas a esas propuestas de enseñanza han señalado que los contextos concretos per se, no se han identificado como eficaces para el trabajo con los números negativos. La cantidad y variedad de modelos que se han generado para la enseñanza ha motivado a su vez la elaboración de clasificaciones en investigación, entre las que recuperamos las que concentran Janvier (1983) o Cid (2002, 2016, 2020).

Así, hablamos de:

> Modelo de neutralización, construido a partir de las acciones que se pueden ejercer sobre las cantidades de una magnitud con dos sentidos que se neutralizan entre sí: deudas y haberes, pérdidas y ganancias, entradas y salidas de un recinto o de un medio de locomoción, cargas eléctricas positivas o negativas, puntuaciones positivas o negativas, operadores aditivos o sustractivos, fichas o bloques de dos colores que se neutralizan, etc. [...] Los signos + y – se utilizan por tanto para indicar uno u otro de los sentidos de la magnitud y también para indicar las acciones de añadir (reunir) o quitar (separar), como es habitual en aritmética.
>
> […]
>
> Modelo de desplazamiento [...]: personajes u objetos que avanzan o retroceden a lo largo de un camino formado por casillas adosadas, termómetros o escalas de diversas magnitudes, ascensores o escaleras que bajan a los garajes o suben a los pisos, altitudes por encima o debajo del nivel del mar, años antes y después de Cristo, desplazamientos representados por vectores unidireccionales que actúan sobre posiciones de la recta numérica, etc. [...] En este modelo, los números enteros pueden indicar tanto posiciones como desplazamientos. (Cid, 2002, p. 532)

Como se puede analizar en la propuesta, ni el modelo de contextos concretos –suficientemente revisado desde la didáctica- ni la apelación a neutralizaciones, posicionamientos o desplazamientos o composiciones de ellos, han sido los procesos promovidos y sostenidos para la elaboración conceptual en este campo.

Podríamos decir que el estudio permite seguir cómo las lógicas propias de la docente se imponen como lógica de relaciones con el saber a las/os alumnas/os. Al imponerse traducen sus propias relaciones con el saber. Los saberes de la vida cotidiana se plantean de manera tan forzada que traducen una clausura cognitiva más, dejando en el lugar de la no posibilidad de construcción o de apropiación por parte de las/os alumnas/os (exterioridad, no construcción). La apelación a las palabras/tópicos que reemplazan la comprensión -'hacia adelante', 'sentido contrario a la cueva', 'retroceder el tiempo'- constituyen todos refuerzos para garantizar el acceso a la respuesta correcta, la que el docente espera (exterioridad). En la actividad siguiente a la inicial, ya no hay más situaciones para la vida cotidiana ni relaciones o análisis de propiedades que provoquen asignación de sentidos y significados; la propuesta continúa con ejercicios, muchos, para que repitiendo se aprenda. ¿Qué es aprender? La ejercitación ha sido una de las prácticas en que más confianza se ha depositado pensando en el aprendizaje. Una expresión muy conocida y de gran circulación señala: 'es necesario ejercitar lo suficiente hasta dominar el conocimiento' (exterioridad y reproducción). Las garantías de aprendizaje depositadas en la aplicación sin reflexiones de instrucciones dadas para cumplir (exterioridad) restringen toda participación y todo conflicto con tareas repetidas rutinariamente (reproducción). Las indicaciones dan cuenta de intensos esfuerzos en controlar y conservar el orden que en el esquema inicial se presentó y que es el que debería seguirse para aprender (inmovilidad). Cuando la comprensión no es la esencia, el lenguaje cargado de paréntesis y signos parece garantizar el conocimiento (descubrimiento, el rigor matemático o su apariencia es el único soporte del concepto). Se puede advertir un detalle tecnocrático, exhaustivo, de pretensión de control que refuerza la confianza en únicas secuencias, lineales, homogéneas, donde la participación de los alumnos sea postergada o desaprobada si no responde a esas únicas lógicas posibles esperadas.

Así, la creatividad y las propuestas abiertas quedan muy resignadas, alejadas de la posibilidad de construir comprensión, a lo sumo garantizan cierta eficiencia en el seguimiento de los caminos indicados. Un lenguaje cargado de signos parece garantizar el conocimiento (inmovilidad, descubrimiento, el rigor matemático o su traducción como lenguaje técnico es el único soporte del concepto). La apelación a las palabras/tópicos/indicios que reemplazan la comprensión constituye un refuerzo para garantizar el acceso a la respuesta correcta (exterioridad). No hay construcción de las/os alumnas/os, sí participación restringida a las tareas repetidas rutinariamente, eficiencia en el seguimiento de las pistas y los pasos (reproducción).

Contexto vinculado al trabajo en el aula presencial orientado por la conceptualización del campo multiplicativo de los enteros

Se da inicio a las actividades mediante juegos -con el objetivo de despertar en los estudiantes curiosidad y que puedan comenzar a participar de una manera distinta, con creatividad, intentando generar mayor igualdad de oportunidades. A través de una búsqueda del tesoro se presenta a las/os alumnas/os los ejes cartesianos y se ubican cuatro puntos donde supuestos piratas estuvieron buscando un cofre de las riquezas, uno en cada cuadrante, y se les pregunta: ¨¿Qué referencias nos podrían haber comunicado los piratas, para saber dónde estuvieron buscando el tesoro?¨. Este enfoque tiene como objetivo principal establecer el concepto de coordenadas cartesianas y sentar las bases para la regla de los signos en el campo multiplicativo de los números enteros. Más adelante se les presenta a las/os alumnas/os otro mapa denominado Puntos Estratégicos, que se obtienen a través del producto de los componentes de las coordenadas cartesianas y se les invita a buscar la operación necesaria para llegar a esas referencias clave que fueron marcadas por algunos piratas.

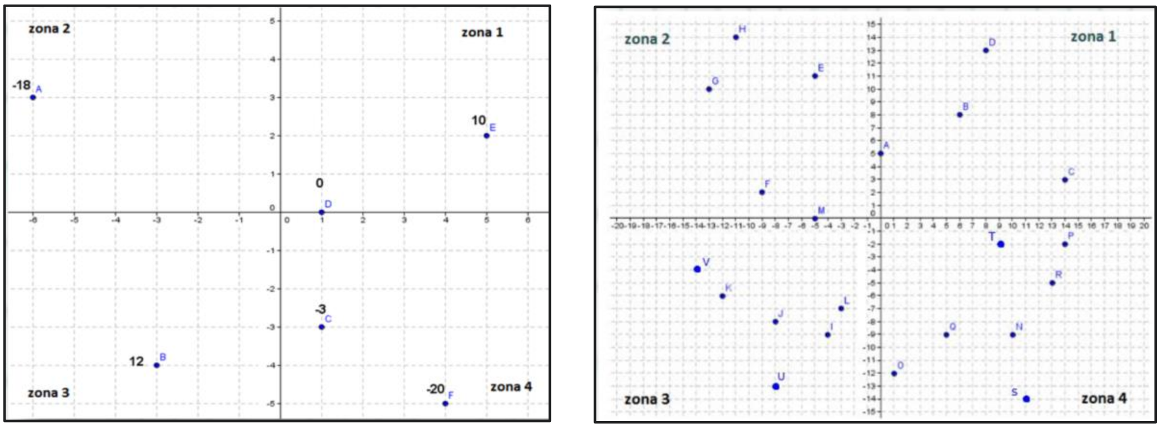


Figura 11. Bosquejos de planos utilizados en la clase

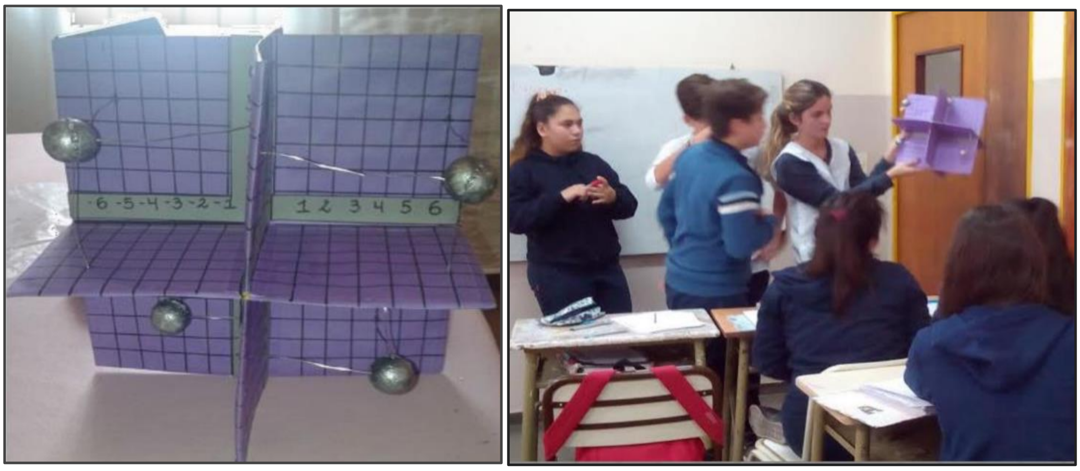


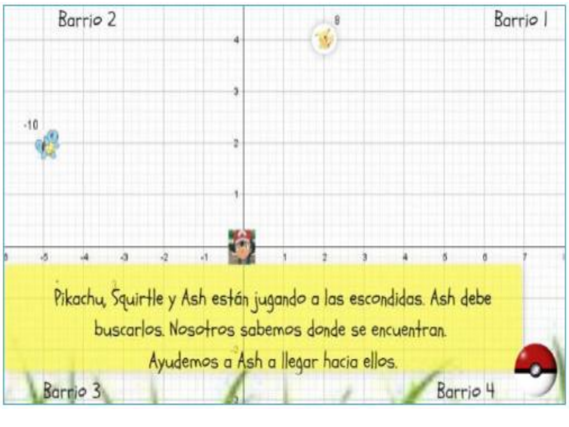
Figura 12. Plano en tres dimensiones realizado por la docente

Desde el comienzo se apuesta a establecer relaciones al trabajar con coordenadas cartesianas –contenidos que tienen que utilizarse en el eje curricular de las funciones– para poder reconstruir una regla de los signos para el campo multiplicativo, eje en la aritmética. Apoyadas/os en las referencias en un mapa, la propuesta de relacionar un número código resultado de multiplicar los valores que integran las coordenadas, no solo habilita el análisis de regularidades con que se construye la regla de los signos, además abre camino para la extensión de las multiplicaciones/divisiones a más de dos factores y al análisis de propiedades de la multiplicación y de la división que se amplían o no de las conocidas de los naturales a los enteros; las posibilidades conmutativas o distributivas, las asociaciones y jerarquías, todas necesitan ser repensadas con los números negativos. Pares ordenados que traducen puntos estratégicos en el mapa o posiciones para las que hay que pensar qué coordenadas pudieron darle origen, lógicas directas e inversas, lecturas/hipótesis de la regularidad: ¨El punto estratégico lleva el signo del número más grande¨/¨El punto estratégico lleva el signo del número de la derecha¨; elementos neutros y absorbentes como ¨coordenadas para que el punto estratégico sea el 0¨ se identifican desde alguna asignación de significados, se puede analizar porqué hay infinitos pares de valores que lo definen; planos en 3D que permiten extender, posiciones que permiten advertir que con la división no vale la propiedad conmutativa; en definitiva, prácticas dinámicas en la que circulan y se revisan muchos casos y permiten asegurar la validez de la regla elaborada.

Contextos vinculados al trabajo en el aula virtual orientado por conceptualizaciones del campo de los enteros

Juego La búsqueda del Pokémon

Comienza la clase con una breve introducción sobre el funcionamiento de GeoGebra, el software en el que se basa la planificación. A continuación, se desarrollan actividades diseñadas para familiarizar a las/os estudiantes con los ejes y las coordenadas cartesianas. Las consignas están diseñadas desde el juego mencionada, en que las/os jugadoras/es deben ubicar puntos en distintos cuadrantes/barrios para proporcionar indicaciones sobre la posición de cada Pokémon, utilizando como punto de referencia central el punto (0,0). Un ejemplo en la pizarra digital incluye pares ordenados y sus correspondientes claves de ubicación: 8=(2,4) y -10=(-5,2). En este punto, las docentes plantean la pregunta crítica: "¿Qué relación pueden identificar entre las coordenadas del punto y la clave de ubicación del Pokémon?" en la búsqueda del patrón de multiplicación entre los componentes de las coordenadas. A través de estas actividades, los estudiantes no solo aprenden sobre ejes y coordenadas, sino que también desarrollan habilidades de análisis y deducción al descubrir la conexión entre las coordenadas y las claves de ubicación mediante la multiplicación de sus componentes.



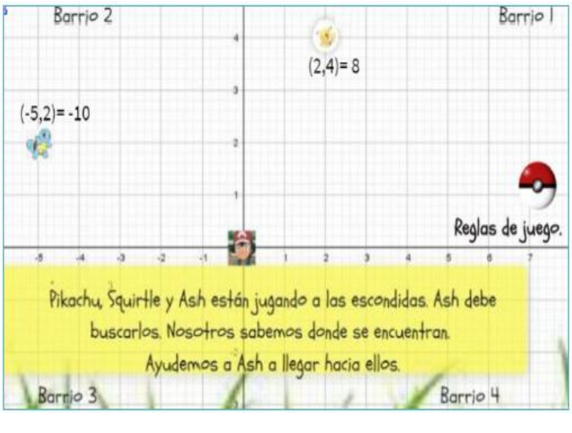


Figura 13. Muestra del juego La búsqueda del Pokémon en GeoGebra

Luego, el objetivo del juego es que las/os alumnas/os encuentren posibles coordenadas de cada par ordenado teniendo solo sus claves de ubicación, es decir, el producto aritmético entre las coordenadas. Los intercambios siguientes giran alrededor de los resultados de multiplicaciones de dos números negativos y cómo se comparan con multiplicaciones de dos números positivos o qué ocurre cuando se multiplican dos números de signos distintos; todas preguntas con el objetivo de que se deduzcan las propiedades de la multiplicación en función de los signos involucrados –la regla de los signos–. En este contexto, se aprovecha la disposición de los cuadrantes o barrios para construir una lógica coherente en el manejo de los signos.

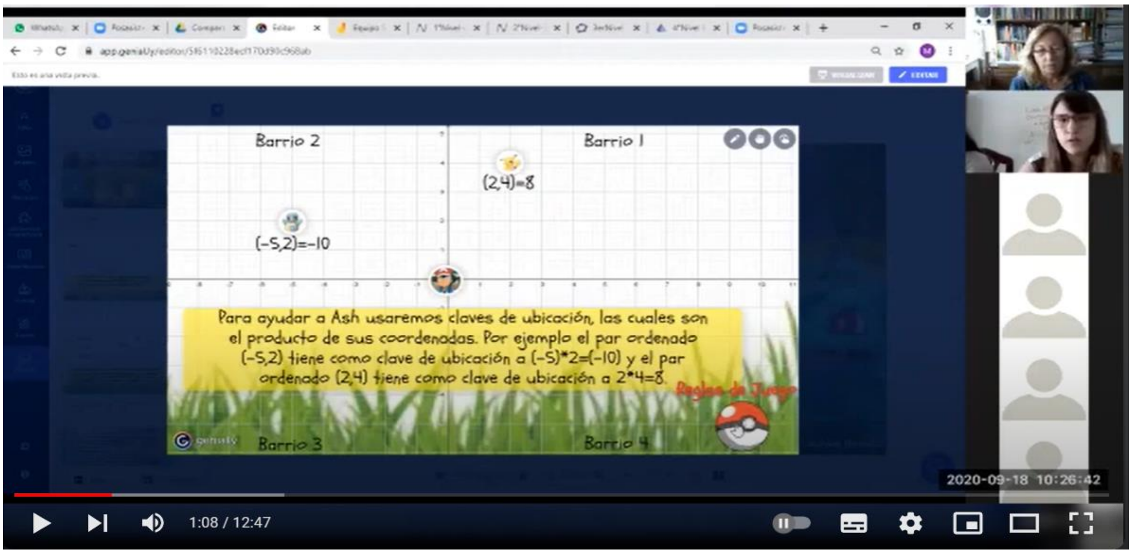


Figura 14. Clase virtual en la plataforma zoom.

El uso de GeoGebra 3D permite a las/os estudiantes extender la validez de la propiedad asociativa en la multiplicación mientras se explora el funcionamiento de la regla de los signos en un contexto tridimensional.

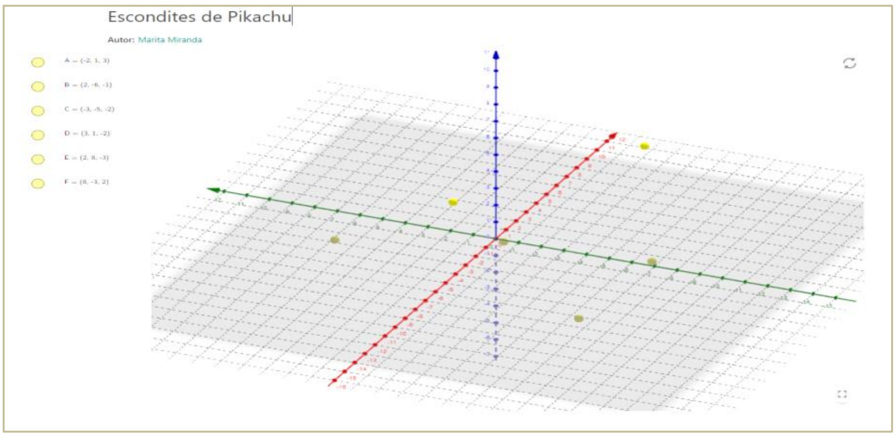


Figura 15. Muestra de un applet de Geogebra en su versión de tres dimensiones.

Taller de Introducción a la Matemática

En un fragmento de la clase donde los estudiantes interactúan con la docente, se lleva a cabo una actividad que implica la supresión de paréntesis con un signo negativo al frente. En esta actividad, los alumnos intentan resolverla aplicando la regla de los signos. Aunque esto es factible en expresiones aritméticas, cuando se trata de expresiones algebraicas que implican encontrar la diferencia entre expresiones que no son directamente comparables, surge la necesidad de utilizar paréntesis para la expresión que está siendo restada.

Figura 16. Clases virtuales de número enteros en el TIM hacia 2022

Es importante destacar que, interpretar que lo que se está aplicando es la regla de los signos puede generar confusiones cuando se trabaja con expresiones algebraicas en lugar de aritméticas. Siguiendo a Cid (2002), para abordar la adición en los enteros será importante seguir profundizando en las rupturas entre lo aritmético y lo algebraico dado que la concepción de número asociada a las magnitudes y la de resta vinculada a la acción de quitar, obstaculizan la construcción del número negativo. En debates generados en relación al uso de la regla de los signos durante las clases prácticas se pudo advertir la confusión de estudiantes al respecto.

Nuevos interrogantes

En el recorrido, la ampliación del análisis con los números enteros en contextos virtuales y presenciales nos agregaba interrogantes: ¿qué papel desempeñan las herramientas digitales, como GeoGebra, en la mejora de la comprensión de conceptos matemáticos, como los números enteros, en un entorno virtual?, ¿cómo podemos como docentes pensar en enfoques pedagógicos en lo presencial o virtual para abordar las dificultades específicas de trabajar con números enteros?, ¿los instrumentos digitales pondrán al descubierto diferentes necesidades en relación a los conceptos, generarán erosiones curriculares?

Tercer caso. Las funciones y recursos en la virtualidad

Este último caso considerado viene a reunir las reflexiones de varios episodios de clase registrados, todos en contextos de virtualidad, en los que la enseñanza fue planificada girando alrededor de conceptualizaciones matemáticas de las funciones y sus representaciones gráficas. Este es un núcleo de contenidos significativo para analizar mediaciones con recursos tecnológicos propios de la disciplina –como son las calculadoras gráficas o diferentes tipos de programas de graficadores–, que son parte de las apps o softwares que se pueden utilizar desde diferentes dispositivos (smartphone, tablets, computadoras), y que son tecnologías digitales que en la actualidad se utilizan en muchas aulas de la presencialidad combinadas con las tecnologías propias de la administración virtual de esos recursos y del desarrollo de la clase en sí –pizarra digital, aulas virtuales–.

Recuperamos un recorrido que realiza Mirta Hanfling (2000), basada en una producción de hace más de dos décadas de Luisa Ruiz Higueras (1998), acerca de cómo se ha ido modificando el concepto de *función* a lo largo de la historia, apoyado en qué necesidades, y qué concepciones se han configurado como obstáculos epistemológicos. La autora propone elementos para advertir que la noción de función necesita apoyarse en las de variación, dependencia, correspondencia y simbolización, en las distintas formas de representación ¬–algebraica, gráfica u otra– y siempre la noción de dependencia ligada a la variabilidad. Señala también que, en muchos casos, la algoritmización oculta los sentidos de dependencia, de variación y de cambio, y entonces las fórmulas y los gráficos se convierten en obstáculos o en meras expresiones que no aportan a la comprensión del fenómeno de cambio que se esté estudiando.

Las clases consideradas fueron desarrolladas en un Taller de Introducción a la Matemática, completamente virtual, dictado por todo el equipo de la materia Práctica Educativa IV, curso que se constituyó en la posibilidad de hacer las residencias del Profesorado en Matemática en el año 2021 y de prepararse para tener proyecciones para el año siguiente de una centena de alumnas/os del último año de secundario de diferentes localidades de la provincia.

En el eje de contenidos que analizamos, las representaciones gráficas y por lo tanto los graficadores y las calculadoras tienen un lugar central en los procesos y relaciones medulares que se trabajan. Desde los trazos a mano alzada en las pantallas guardadas de los gráficos distancia-tiempo y en los diálogos de las grabaciones (expresiones como ¨el tramo más inclinado indica que tan creciente es el terreno¨, ¨avanzar es más oportuno que ascender¨, ¨la inclinación indica que en menos tiempo se hace el mismo trayecto¨, ¨las mesetas en el dibujo no se corresponden con el perfil de la montaña¨); se puede reconocer la necesidad de que las/os propias/os residentes revisen conceptualizaciones. Aun así dan cuenta de las posibilidades aprovechadas para relacionar alturas en el gráfico cartesiano vs el camino recorrido en el problema, monotonías de tramos, variables y dependencias. Y así, micrófonos abiertos, repetidas participaciones, interpretaciones diferentes, posiciones y direccionalidades, quedan como testigos y marcas de que la virtualidad también permite.

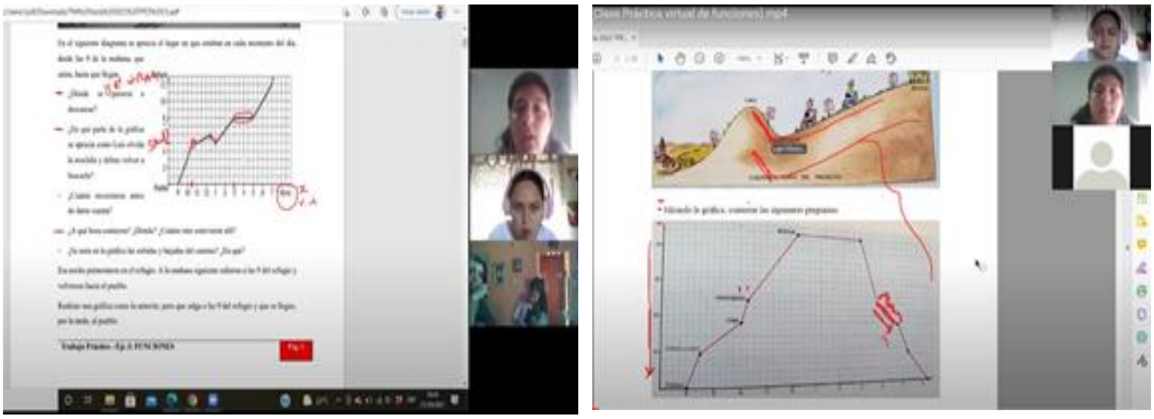


Figura 17. Muestra de cómo se realizan trazos en las aulas virtuales sobre gráficos e imágenes

Más adelante, una proporcionalidad que no se estudia en el secundario que involucra constantes negativas, las variaciones uniformes como uno de los modelos de monotonía de comportamiento, las pendientes que se complican en expresiones no enteras, los recursos de GeoGebra, en las salas virtuales (zoom, meet, jitsi) y con pizarras interactivas digitales, dan cuenta de posibilidades colaborativas aprovechadas, de utilización de softwares graficadores de indiscutible fuerza dinamizadora, que permite el análisis de muchos ejemplos en tiempos escolares posibles.

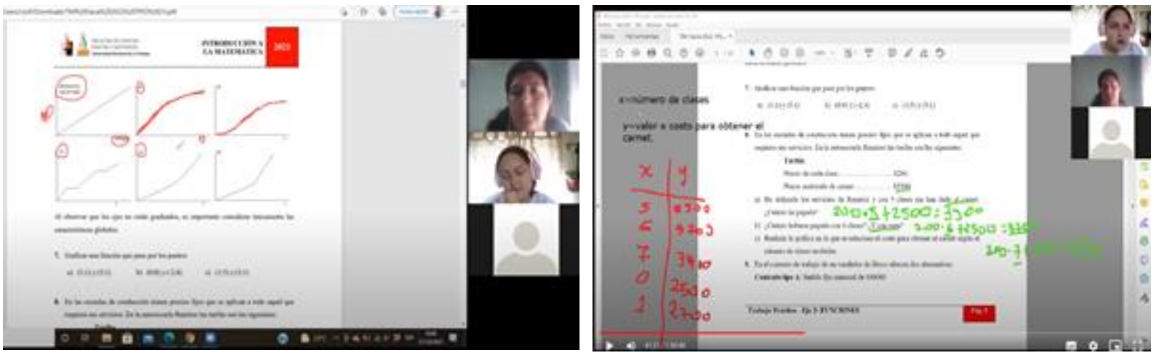
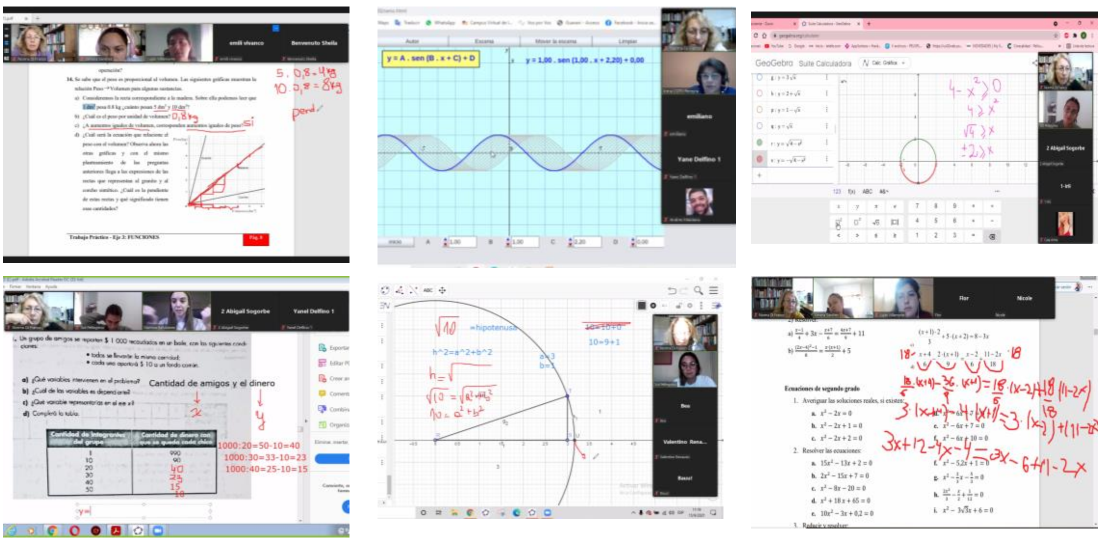


Figura 18. Muestra de cómo se realizan trazos en las aulas virtuales sobre gráficos y tablas de proporcionalidad

En la expresión de Pedro Gómez (1997) desde hace más de un par de décadas, las tecnologías posibilitan el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos, proveen grandes oportunidades en la construcción del conocimiento, habilitan que los alumnos puedan manipular los objetos matemáticos y sus relaciones. Las experiencias serán productivas, expresa el autor, siempre que se considere la complejidad del contenido matemático, la complejidad de los procesos cognitivos involucrados, el papel de los diseñadores de las currículas y el rol fundamental del profesor en el diseño y en la implementación de las situaciones didácticas (p. 94).

Y entonces, lo más interesante en el análisis de estos casos son las pistas/indicadores de cuánto se puede lograr en términos de participación real en relación al conocimiento matemático, como modo de plantear la inclusión en términos de inclusión al saber, en contextos remotos.



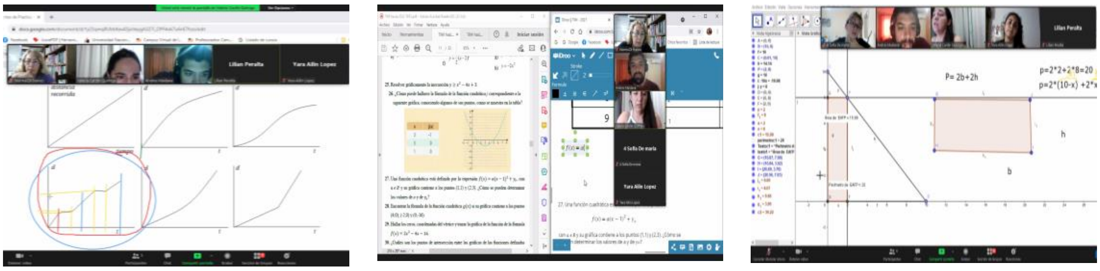


Figura 19. Capturas de pantalla de todos los recursos utilizados en clases virtuales de funciones

Procesos y reflexiones

Volvemos a los cuestionamientos acerca de por qué resulta importante en la formación del profesorado el análisis de las posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje y las relaciones con el conocimiento en la presencialidad y en la virtualidad.

Un caso que hoy nos vuelve a parecer extremo, pero fue lo que vivimos en la cursada de las residencias de manera remota, es el de una estudiante que hizo toda la cursada de prácticas desde La Humada -localidad de unos 700 habitantes en el Departamento Chical Co, oeste de provincia de La Pampa, distante unos 400 km de la ciudad de Santa Rosa- . Con condiciones de conectividad muy precarias, consiguió el permiso para engancharse en la conexión de un vecino. La situación problemática diseñada por Luján para la enseñanza de las funciones en su residencia fue desde información de ese contexto y en una de las clases de consulta del taller virtual de introducción a la matemática se puede ver el caso de las cuatro alumnas de la localidad de Uriburu, a quienes el colegio les prestaba una computadora para compartir en algún espacio de la casa de alguna de ellas, todos los viernes del taller, a intentar trabajar en Matemática pensando en la posibilidad de estudiar el año próximo una carrera.

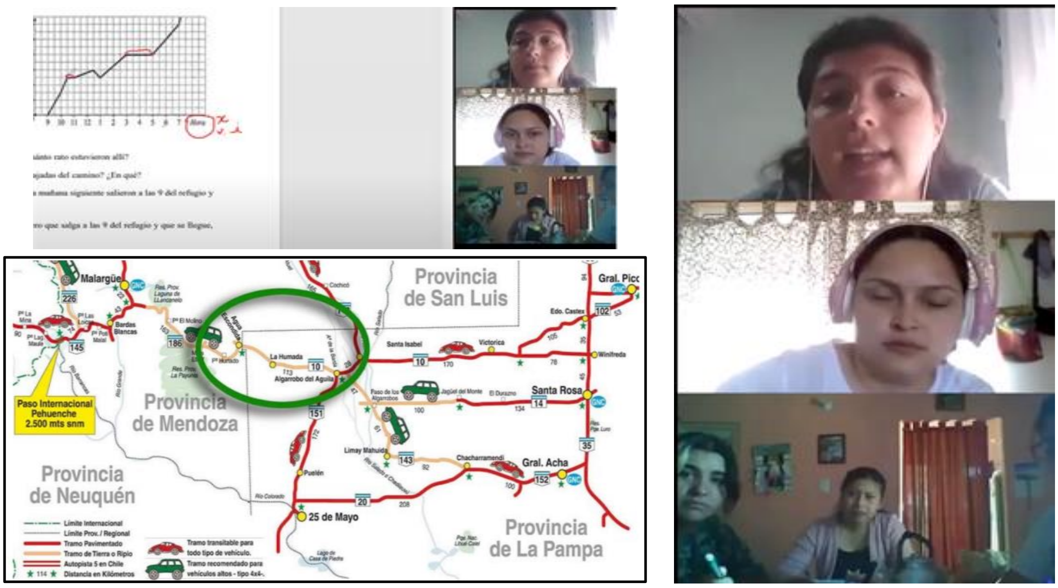


Figura 20. Clase virtual del taller de introducción a la matemática con chicas de Uriburu y residentes de Santa Rosa y la Humada

Las imágenes nos traen al presente interrogantes respecto de aquella situación. La pandemia nos puso en el lugar de tener que buscar estas alternativas, la pandemia también nos las dejó más visibles. Con el fin de esas épocas, ¿dejaron de existir aquellas necesidades de enseñanza remota? ¿Las/os estudiantes de muchos lugares en nuestros contextos de las menores densidades demográficas del país tienen resueltas esas necesidades educativas?

Manuel Area Moreira (2022), en la Conferencia inaugural de la cohorte 2022 de la Maestría en Escenarios Digitales de las universidades de AUSA, expresa que en esta tercera década del siglo XXI (2021-2030) la educación superior estará fuertemente integrada por enseñanzas a distancia/remotas, entremezcladas con presenciales o mejor si se pueden lograr, enseñanzas híbridas. El especialista describe necesidades de flexibilidad organizativa y curricular en distintas modalidades presenciales e híbridas de asignaturas de la misma titulación; cambios profundos de paradigma pedagógico -pedagogía basada en tareas y proyectos y de evaluación formativa, de propuestas de participación activa y colaborativas-; un diseño bien pensado de entorno o aula virtual con guías, recursos, tareas, posibilidades de comunicación síncrona y asíncrona, estrategias de evaluación continua y cambios en la profesionalidad docente, en la elaboración de planificaciones y en la producción de materiales digitales, cambios en las funciones y roles.

Desde otra dimensión, Mabel Rodríguez (2023) en su conferencia sobre los nuevos paradigmas en la post pandemia en Educación Matemática invita a repensar los lugares y los roles en los que nos puso la pandemia tanto como que, luego, en presencialidad plena, muchas/os docentes y estudiantes “quieren no perder recursos que resultaron virtuosos” (Rodríguez, 2023, pág. 68). Señala la autora que, si bien mucho antes de la pandemia se venía investigando la incorporación de TIC en la enseñanza, se debatía su rol y su potencial, a la vez que se sostenían argumentos para resistirse a esos cambios y que la urgente adopción de esas tecnologías en los acomodamientos a la crisis, mostró que en muchos casos es una vuelta a las modalidades educativas más tradicionales centradas en la transmisión de conocimiento. Clases en que:

- encuentros sincrónicos fueron confundidos con tener clases
- tareas asincrónicas fueron consideradas como estar sin clases
- largas explicaciones de contenidos y estudiantes en roles pasivos sin ninguna participación en las conceptualizaciones

- docentes que pasaban lista para garantizar presencias de alumnas/os, estudiantes conectadas/os con cámaras apagadas
- grabaciones de clases para poder ser reproducidas en otros momentos como si aprender fuera reproducir y mirar videos
- asignación de actividades de replicar un tipo de resolución de un ejemplo tomado como modelo
- usar dispositivos como pizarras de fibra como analogía de mejores explicaciones
- preocupaciones por evitar la copia entre estudiantes.

Sin embargo, advierte la autora, este “retroceso al conductismo” (Rodríguez, 2023, p. 69), paradójicamente, ha convencido de lo contrario. Haber resuelto cómo dar clases en la pandemia y haber podido utilizar algunos de los recursos de la virtualidad ha generado hasta una ilusión de constructivismo. Esto explicita la necesidad de nueva investigación y de seguir pensando en la enseñanza y el aprendizaje en prácticas desde diferentes modalidades de actividades. Entre los desafíos, destaca la importancia de enfocar en la formación de profesoras/es y en herramientas de análisis de sus prácticas.

Todos esos sentidos refuerzan nuestro interés en analizar si aquellas construcciones conceptuales que estamos pudiendo recuperar de modalidades presenciales pueden realizarse también a partir de mediaciones tecnológicas y didácticas desde entornos remotos. Desde el primer caso, la descripción de algunos elementos de las propuestas estudiadas –tomadas intencionalmente como ejemplos de muchas posibilidades de establecer relaciones utilizando las mediaciones diseñadas–, nos permite coincidir con trabajos anteriores desarrollados en este mismo equipo de investigación en la confirmación de las posibilidades de promover y construir fuertes vinculaciones con las conceptualizaciones matemáticas.

Tal como recuperamos del estudio acerca de las mediaciones de los juegos en la enseñanza de la matemática en secundaria,

> Una de las primeras reflexiones importantes para poder recuperar en la formación del profesorado está en la confirmación misma de las alternativas educativas que el juego permite. Los juegos representan una oportunidad muy potente de construir relaciones con el conocimiento matemático. […] La reflexión sobre los juegos nos permite pensar estrategias sencillas y alternativas que rápidamente amplían espacios decisionales de las/os alumnas/os y se orientan hacia la producción, colaboran con las posibilidades de hacer pensar el conocimiento desde necesidades antes que desde imposiciones. Permite insistir en que las relaciones con el saber necesitan proponerse, promoverse, provocarse, tienen que poder evidenciarse como parte de las intencionalidades docentes, no se

> pueden dejar dependiendo de supuestos logros naturales o espontaneísmos. […] Que los saberes que circulan y se validan entre compañeros, jugada a jugada, van generando independencia de la aceptación autorizada del/la docente y van apoyándose en estrategias de control sobre lo que se produce. (Cañada, 2020, 51-52

Recuperamos también de una investigación anterior de este mismo equipo, cuya centralidad está en las mediaciones tecnológicas, algunas formulaciones:

> (S)e viene expresando hace décadas que las nuevas tecnologías permiten un manejo más dinámico de alternativos sistemas de representación, con fuerza en actividades de intercambio, que brinda buenas oportunidades en la construcción conceptual, sin descuidar que las/os alumnas/os puedan experimentar, que se puede lograr utilizar procedimientos algorítmicos y disponer de ellos instrumentalmente tanto como se puede lograr una apropiación como objetos matemáticos. […] Tales posibilidades se pudieron identificar en las situaciones de utilización de programas graficadores como herramientas dinámicas para la construcción del modelo matemático de las funciones racionales, en el uso de una aplicación para medir ángulos en contextos donde otra tecnología como el compás tiene sus límites, para provocar nuevas relaciones de la concepción del ángulo y también en la motivación lograda al trabajar cuestiones trigonométricas en contextos extra matemáticos promoviendo la construcción de nuevos sentidos. Por otra parte, […] cuestionamientos alrededor de que, si lo que se ofrece desde las intencionalidades y las intervenciones docentes es sólo trabajo algorítmico, se justificaría la utilización de esas aplicaciones y el contenido algebraico quedaría erosionado o se necesita otro trabajo algebraico que queda allí invisibilizado y con eso se pierden otras oportunidades educativas. (Laborda Caffarone, 2021, p. 304)

Reflexiones provisionales

Las conclusiones nos orientan a seguir estudiando de qué manera las mediaciones –lúdicas, de resolución de problemas, tecnológicas- impactan en las relaciones con el saber y en los modos mismos de producción del conocimiento.

En este estudio, el primer caso nos posiciona en unas propuestas de aula, completamente implementadas en presencialidad, que nos permiten identificar y describir mediaciones que habilitan complejas conceptualizaciones y profundas relaciones con los saberes matemáticos escolares. En el caso de los números enteros, en alguna de las propuestas presenciales se logran construcciones relacionales de los conceptos, en alguna otra se obtura toda posibilidad reflexiva, argumentativa o de elaboración de las/os alumnas/os y se registran actividades que refuerzan que hay que conocer una mecánica que alguien generó y hay que reproducir; y desde la alternativa de enseñanza remota se logran las mismas relaciones y condiciones que en la presencialidad. En el caso del trabajo con las funciones, desde situaciones de debate en relación a la variabilidad, al cambio y a la dependencia, participaciones bien focalizadas en el concepto quedaron registradas en las grabaciones y las mediaciones tecnológicas de los graficadores ratifica un incremento en la dinámica de las intervenciones.

Con todo, estos procesos nos siguen invitando a pensar, aun sosteniendo la convicción de las posibilidades de construcción conceptual y de los aprendizajes que una enseñanza remota permite, ¿cómo pensarlas en acciones concretas sostenidas y en oportunidades reales de inclusión en nuestros contextos territoriales? Además, y siempre sin abandonar la convicción por las buenas posibilidades con la matemática en lo remoto, muchas/os docentes nos señalan que no se pueden comparar, que en la enseñanza se necesitan instancias y ámbitos colectivos y presenciales.

Recuperamos a Mabel Rodríguez (2023) cuando señala que es necesario investigar más en relación a enfoques de enseñanza, metas educativas, justicia curricular y educativa, diversidad, inclusión, afectos, evaluación, todas reflexiones que resultan de un gran valor formativo en el profesorado.

En un intento de síntesis, el análisis nos permite advertir que, tanto en unas modalidades como en otras, recorridos presenciales y estrategias y recursos digitales, pueden utilizarse y encaminarse en construcciones reflexivas profundas y de complejidad conceptual. Con esas alternativas confirmadas, expresiones de profesores y estudiantes siguen demandando presencialidad. Y, simultáneamente, algo que la pandemia contribuyó a visibilizar, la necesidad de concretos circuitos/recorridos educativos/formativos virtuales se demandan como contribución a un mayor acceso a la educación.

Referencias bibliográficas

Area Moreira, M. (2008). La innovación pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales. Investigación en la Escuela. Num. 64, pp 5-18.

Area Moreira, M.; Cepeda, O.; González, D. y Sanabria, A. (2011). Un análisis de las actividades didácticas con tic en aulas de educación secundaria. Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación, núm. 38, pp. 187-199. ISSN: 1133-8482.

Area, M.; Hernández, V. & Sosa, J. J. (2016). Modelos de integración didáctica de las TIC en el aula [Models of educational integration of ICTs in the classroom]. Comunicar, 47, 79-87.

Area Moreira, M. [FAI TUBE - Facultad de Informática UNCo] (24 de febrero del 2022). Tercera Cohorte de la Maestría en Enseñanza en Escenarios Digitales. Youtube. https://youtu.be/EziV31a1TUI?si=jUaGcuc1soPSSq2y

Cañada, D. (2020). Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos. En Campo de Prácticas de los Profesorados de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales UNLPam. ISSN 2718- 8787, 1(1), 16-55. Santa Rosa, La Pampa: EdUNLPam.

CID, E. (2000). Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. Actas de las XV Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Boletín del SI-IDM, 10. Zaragoza. I.C.E. Universidad de Zaragoza. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/si-idm/Cangas/Negativos.pdf

CID, E. (2002). Los modelos concretos en la enseñanza de los números negativos. Actas de las X Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas 2. pp.529-542. Zaragoza: I.C.E. de la Universidad de Zaragoza.

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 8 (11), pp 307-315. Costa Rica

Detzel, P., Ruiz, M. y Colipe, L. (2021). Una construcción de las reglas de cálculo de los números enteros a partir de la manipulación de expresiones algebraicas. Revista de Educación Matemática, Volumen 36 (N° 1), páginas 51-71.

Di Franco, N. (2018). Relaciones con el saber en las prácticas de formación del Profesorado de Matemática. ISBN: 978-950-863-346-0. Santa Rosa, La Pampa: EdUNLPam

Gómez, P. (1997). Tecnología y Educación Matemática. Informática Educativa, 10(1), pp. 93-111.

Hoyos Aguilar, V. (2011). La práctica de la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior usando tecnologías digitales. Universidad Pedagógica Nacional. XI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Entornos Virtuales de Aprendizaje. ISBN 978-607-7923-02-2. Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

Laborda Caffarone, M. (2021). Las Funciones Polinómicas como productos. En Campo de Prácticas de los Profesorados de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales UNLPam. ISSN 2718- 8787. 1(1), 300-327. Santa Rosa, La Pampa: EdUNLPam.

Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa. Revista de investigación en psicología, 9(1), pp. 123-146.

Moreno Armella, L. (2013). ¿Cómo impactan las tecnologías los currículos de la Educación Matemática?

Neiman, G. y Quaranta, G. (2006). Los estudios de caso en la investigación sociológica. En Vasilachis I. (Coord.) Estrategias de Investigación Cualitativa (pp. 213-237). Barcelona: Gedisa.

Rodríguez, M. (2023) Perspectivas en la enseñanza de la matemática en post-pandemia: puntos de partida y desafíos. Memorias del III SEM V, Luján:EdUnLu, ISBN 978-987-3941-86-3

Rufer, M. (2018). Video Archivo, campo, escritura: Formas no extractivas de producir evidencia. Curso Internacional Epistemologías del Sur. CLACSO
Ruthven, K. (2007). Teachers, technologies and the structures of schooling. In D. Pitta-Pantazi & G.

Philipou (Eds.) (s/f) Proceedings of the V Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME5 (pp. 52–67). Cyprus: Larnaca.

Villarreal, M. (2012). Tecnología y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. Virtualidad, Educación y Ciencia, ISSN-e 1853-6530, Vol. 3, Nº. 5, 2012, págs. 73-94