Campo de Prácticas
PROFESORADOS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES | UNLPam

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Universidad Nacional de La Pampa
EdUNLPam

Claribel Rivera

clariirivera22@gmail.com

Relaciones entre perímetros y áreas y los contornos y las formas de las superficies que miden

Campo de Prácticas, Año 2, Nº 1, octubre 2022

Sección: Artículos, pp. 185-204

ISSN 2118-8787

Relaciones entre perímetros y áreas y los contornos y las formas de las superficies que miden

Resumen

En esta presentación se describen instancias del trabajo previo y de aula llevado adelante en una residencia con estudiantes de 2° año del Ciclo Básico de la Educación Secundaria en el marco de la Práctica Educativa del Profesorado de Matemática. En la primera parte de la propuesta se presentan fundamentos matemáticos sobre las conceptualizaciones objeto de enseñanza de áreas y perímetros y sus relaciones. En una segunda parte se integran fundamentos didácticos, recursos y estrategias docentes analizadas en documentos educativos. Completa el escrito la narrativa de momentos de la práctica educativa desarrollada en el aula que permiten establecer relaciones con lo revisado previamente. Unas consideraciones finales permiten sostener que las relaciones entre perímetros y áreas y los contornos y las formas de las superficies que miden necesitan seguir conflictuándose en el aula. Los obstáculos didácticos indagados se pueden seguir identificando: a mayor perímetro mayor área permanece como una propiedad que declara la necesidad de problematizarse.

Palabras clave: áreas de figuras planas, perímetros, relaciones entre áreas y perímetros, estrategias cualitativas y cuantitativas, obstáculos didácticos

Relationships between perimeters and areas and the contours and shapes of the surfaces they measure

Abstract

This presentation describes instances of previous and classroom work carried out in a residence with students of the 2nd year of the Basic Cycle of Secondary Education in the framework of the Educational Practice of the Mathematics Teacher Training Program. In the first part of the proposal, mathematical foundations on the conceptualizations of areas and perimeters and their relationships are presented. In the second part, didactic foundations, resources and strategies analyzed as teaching mediations are integrated. The document is completed by the narrative of moments of the educational practice developed in the classroom that allow establishing relationships with what has been previously reviewed. Some final considerations allow us to sustain that the relationships between perimeters and areas need to continue to be discussed in the classroom, the didactic obstacles that have been investigated can continue to be identified: the larger the perimeter, the larger the area remains as a property that declares the need to be problematized.

Keywords: areas of plane figures, perimeters, relations between areas and perimeters, qualitative and quantitative strategies, didactic obstacles

La importancia de las construcciones cualitativas en la conceptualización de perímetros y áreas

La historia nos muestra que fueron muchos los siglos que debieron transcurrir hasta poder obtener la primera definición matemática de área. Sin embargo, los antiguos griegos no necesitaron formular una definición de área para abordar el problema de la cuadratura del círculo. Esto nos permite pensar y justificar el hecho de que al momento de enseñar los conceptos de área y perímetro no tendríamos que recurrir inmediatamente a las fórmulas de las mismas. Por lo tanto, el objeto de enseñanza de dichos conceptos, en momentos iniciales, no se debe centrar en la búsqueda de la definición, sino que en el estudio de los diversos procedimientos que permitan medir y comparar áreas de figuras planas.

En estudios realizados actualmente se ha analizado que la errónea idea de la relación de dependencia en modificaciones de áreas y perímetros sigue vigente por consecuencia del método de enseñanza utilizado por las/os docentes. Se puede señalar también que el uso de una enseñanza cualitativa de área y perímetro y la relación entre estas resulta una mediación potente con estudiantes de distintos niveles. A su vez, dicha alternativa de enseñanza es todo un desafío puesto que rompe con los paradigmas de una enseñanza tradicional a la cual estamos acostumbrados. En particular nos referimos al recorrido: definición → ejemplo → actividad, que tanto se ha mostrado que no alcanza a resultar en aprendizajes significativos para el/la estudiante.

Fundamentos Matemáticos

En éste apartado no sólo se encuentran definiciones matemáticas de los conceptos que nos interesan de autores matemáticos seleccionados, sino también se analizarán dichas definiciones para poder justificar y argumentar cuales se consideran más oportunas al momento de presentarlas en el aula.

Una de las conceptualizaciones que más fuerza tiene en esta residencia es la de área. Como expresan en bibliografías de matemática analizadas:

Área		
Es la medida de una superficie. El área se refiere al tamaño. (Baldor, 2004, p.203)	Es la medida de la cantidad de superficie que encierra. (Tussy, Gustafson y Koenig, 2006, p.780)	Es la medida de la región en el plano. (Alexander y Koeberlein, 2013, p.352)

Podemos notar que las definiciones de *Área* en los libros de Baldor (2004) y de Tussy y otros (2006) son muy similares mientras que, en el libro de Alexander y Koeberlein (2013) refieren en la definición como la región en el plano, cuestión compleja en el año de secundario en que se tiene que desarrollar la puesto que es muy poco probable que se haya trabajado con esa expresión anteriormente.

Por otra parte, Baldor (2004) acompaña la definición de área con unas disquisiciones muy importantes:

> "*Superficie*: La superficie se refiere a la forma. Hay superficies rectangulares, cuadradas, circulares, etc.
>
> *Área*: Es la medida de una superficie. El área se refiere al tamaño.
>
> *Medida de una superficie*: Para efectuar la medida de una superficie se toma como unidad un cuadrado que tenga por lado la unidad de longitud." (p.203)

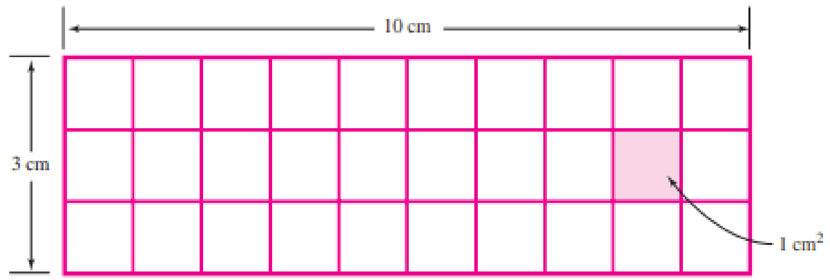
Mientras que Tussy y otros (2006) dan una explicación gráfica de cómo medir el área:

En la vida diaria, con frecuencia se utilizan áreas. Por ejemplo,

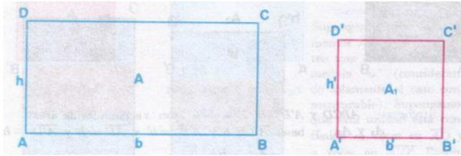
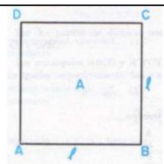
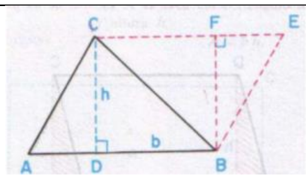
- Para alfombrar una habitación, se compran yardas cuadradas.
- Una lata de pintura cubrirá cierto número de pies cuadrados.
- Para medir cantidades vastas de tierra, con frecuencia se utilizan millas cuadradas.
- Se compran techos para casa por el "cuadrado". Un cuadrado es de 100 pies cuadrados.

El rectángulo mostrado abajo tiene una longitud de 10 centímetros y un ancho de 3 centímetros. Si se divide la región rectangular en regiones cuadradas como se muestra en la figura, cada cuadrado tiene un área de 1 centímetro cuadrado —una superficie delimitada por un cuadrado que mide 1 centímetro en cada lado. Debido a que hay 3 renglones con 10 cuadrados en cada renglón, hay 30 cuadrados. Dado que el rectángulo delimita un área de superficie de 30 cuadrados, su área es de 30 centímetros cuadrados, lo cual puede escribirse como 30 cm^2.

Este ejemplo ilustra que para encontrar el área de un rectángulo, se multiplica su longitud por su ancho.



Surge también la necesidad de analizar con profundidad el desarrollo del área de cada polígono que nos interesa –cuadrado, rectángulo, triángulo y trapecio– y del círculo. Así, Baldor ofrece la demostración del área de cada uno de los polígonos mencionados y del círculo, aunque para ésta última utiliza conceptos (límite de las sucesiones de áreas y perímetros, por ejemplo) que aún no están al alcance de los/as estudiantes con los que se tiene que trabajar.

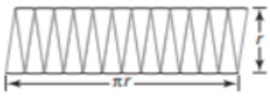
Área de un rectángulo (p.208): *Teorema 73. "El área de un rectángulo es igual al producto de su base por su altura".*	
Área de un cuadrado (p.209): *Corolario. "El área de un cuadrado es igual al cuadrado del lado".*	
Área de un triángulo (p.210): *Teorema 75. Área del triángulo. "El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de su base por su altura".*	

Alexander y Koeberlein (2013) incorporan la idea del área de un círculo de una forma sencilla y clara para este año de la escolaridad secundaria:

Área de un círculo (p.382):
Usar un transportador para dividir un círculo en varios “sectores” congruentes.

Imagen

Por ejemplo, ángulos centrales de 15° dividen al círculo en $\frac{360}{15} = 24$ sectores, como vemos en la imagen 5.



Imagen

Si estos sectores se alternan como se ve en la imagen 6, la figura resultante se aproxima a un paralelogramo. Con el paralelogramo cuya base de longitud πr (mitad de la circunferencia de un círculo) y una altura de longitud r (radio del círculo), el área del paralelogramo (y del círculo) se puede ver que es $A = (\pi r)r$ o $A = \pi r^2$.

Fundamentos didácticos

Toma importancia la enseñanza a partir de representaciones geométricas en el contexto escolar, ya que podemos aprovechar espacios cotidianos en los que interactúan las y los estudiantes para trabajar los conceptos de área, perímetro y unidades del SIMELA[1] de manera significativa. Como queda expresado en lineamientos curriculares que compartimos, "la geometría como una herramienta para interpretar, entender y apreciar el mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial" (MEN, 1998, p.33).

En relación al estudio de áreas y perímetros, recuperamos diferentes investigaciones que afirman que su enseñanza no se debe centrar en la búsqueda de la definición, sino más bien en los distintos procedimientos que permitan la medición y comparación de superficies planas, lo que permite reflexionar sobre los procesos educativos que se desarrollan en clase (Corberán, 1996) como cuestiones importantes para la conceptualización de estas magnitudes. En este sentido, el pensamiento métrico y los sistemas métricos de medidas refieren a la comprensión que tienen las personas sobre las magnitudes y cantidades y la medición en diferentes situaciones de la vida.

Para la construcción de tales lógicas en relación a las magnitudes en las que nos concentramos, resulta un aporte la consideración que señala que es necesaria la distinción entre la frontera o el contorno de una figura plana y su perímetro ya que el contorno es una línea cerrada y el perímetro es una medida (lineal), es decir un número real que expresa la longitud del contorno en una determinada unidad de medida (cm o m). (Fandiño & D'Amore, 2009, p.22). Al respecto, Olmo et al. (1993), afirman que este error es muy frecuente.

Cayo Maturana y Contreras González (2020, p. 41-42) realizan un análisis en el que señalan:

> en el estudio de los conocimientos especializados que requiere el profesor al abordar problemas clásicos de enseñanza y aprendizaje de nociones matemáticas, como la relación área-perímetro, la idea de infinito, la clasificación de figuras planas, entre otros (Sosa, Contreras, Gómez, Flores y Montes, 2017), según D'Amore y Fandiño (2007), los problemas de aprendizaje de los conceptos de área y perímetro pueden considerarse como los primeros que deben haber sido estudiados.[…] Mientras que Martínez y Pardo (2017), han evidenciado que, al abordar estos conceptos, el trabajo que se realiza en general es de memorización y aplicación de las fórmulas. Esta apreciación es

[1] SIMELA: Sistema Métrico Legal Argentino. Sistema de unidades de medida vigente en Argentina.

corroborada por García y Carrillo (2006) que señalan que los estudiantes se limitan a la aplicación de fórmulas, en muchos casos de forma indebida y carente de significado.

Por otra parte, advertimos la vigencia de Corberán (1996) en relación con los señalamientos por los cuales todos los procedimientos requieren previamente a su utilización, de la elección de una unidad de medida, estando el número obtenido íntimamente ligado a la unidad escogida. Expresa la autora que la medición es un proceso por medio del cual se asigna un número al área, como resultado de la comparación de la superficie con otra considerada como unidad. Es por ello que para abordar los procedimientos numéricos con el fin de lograr una adecuada comprensión del concepto de área es imprescindible una buena comprensión del concepto de unidad de medida. Agrega Corberán que la enseñanza del área debería contemplar un tratamiento cualitativo con privilegio de procedimientos geométricos e intuitivos, y un tratamiento de tipo cuantitativo ligado al uso de procedimientos numéricos. Así, establece cuatro diferentes manifestaciones del área que deberían estar implicadas en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de esta medida, a saber:

1. El área como cantidad de plano ocupado por la superficie: se trabaja por medio de tareas de comparación de áreas de superficies con el uso, únicamente, de procedimientos de naturaleza geométrica, donde el número está ausente de cualquier razonamiento. Es la primera manifestación con la que los alumnos deben estar relacionados.

2. El área como magnitud autónoma: se entiende como el área disociada de la forma de la superficie y del número que la mide. Se trabaja por medio de procedimientos de naturaleza geométrica y de naturaleza numérica, en tareas de comparación de áreas de superficies que permiten observar que superficies con forma diferente pueden tener igual área. Se considera que la disociación del área del número que la mide es clave en la comprensión del papel que juega la unidad de medida, y en consecuencia en la comprensión del proceso de medida.

3. El área como número de unidades que recubren la superficie: Involucra la comprensión del papel que juega la unidad de medida en el cálculo de áreas. Estudiar esta manifestación del área permite enfrentarse al estudio del área como resultado del producto entre magnitudes lineales. Se trabaja realizando tareas de medición basadas en la comparación del área de la superficie cuya área se desea medir con la considerada como unidad. La medida del área se corresponde con el número procedente de un recuento o conteo del número de unidades (o fracción de ésta) que recubren exactamente la superficie. Es la tercera manifestación con la que deben relacionarse los alumnos.

4. El área como producto de dos dimensiones lineales: se trabaja realizando tareas de cálculo de áreas de superficies poligonales que puedan ser descompuestas en rectángulos y/o triángulos, utilizando para ello la fórmula para el cálculo del área de estos polígonos. Es la última manifestación con la que deben relacionarse los alumnos.

Las cuatro manifestaciones del área contemplan la utilización de procedimientos diversos y de distinta naturaleza. Consideramos que el establecimiento de conexiones entre estos procedimientos de naturaleza geométrica y numérica puede contribuir a desarrollar una comprensión más conectada de la medida del área, pues la utilización de dichos procedimientos permite recurrir a cambios de registros (conversiones) al resolver tareas de medida y/o comparación de áreas.

En la misma dirección, y de total importancia para nuestra práctica educativa, según D'Amore y Fandiño (2007), se ha demostrado ampliamente que estudiantes de todas las edades están convencidos de que igualdad de perímetro implica igualdad de área. Esto ocurre porque las/os estudiantes tienen más arraigado el pensamiento numérico que el geométrico, estableciendo argumentos intuitivos, por ejemplo, si dos figuras tienen igual perímetro deben tener igual área (Popoca y Acuña, 2011).

Por su parte, Mántica, Gotte y Dal Maso (2006) han podido analizar que, si las/os estudiantes no cuentan con papel cuadriculado, presentan una dificultad mayor al momento de construir figuras de un área determinada. El papel cuadriculado permite verificar el resultado obtenido al calcular el área de dos o más figuras, en caso de que no queden convencidos de que diferentes rectángulos pueden tener igual área. Afirman las autoras que, en geometría el aprendizaje se produce mediante la coordinación de actividades de construcción, visualización y razonamiento, idea que respalda el uso de la cuadrícula.

Se tuvo en cuenta, también, la investigación "*Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes"* de Bruno D'Amore y Martha Isabel Fandiño Pinilla (en la cual se realizó una investigación con colaboradores –docentes de enseñanza inicial, media y superior– que proponen a sus estudiantes realizar la siguiente actividad:

A partir de la siguiente tabla de relación entre perímetros y áreas dos figuras A y B, dar los 9 ejemplos, si es posible:

Perímetro	Área
>	>
=	>
<	>
>	=
=	=
<	=
>	<
=	<
<	<

Cada estudiante fue invitado a introducir de forma oral, discursiva, el tema sobre las mutuas relaciones entre perímetro y área de figuras planas simples, y a probar realizar las transformaciones. El estudio arrojó que, en conclusión, más del 90% de los estudiantes entrevistados, sin que importe su grado escolar – estudiantes de escuela primaria, media, superior o estudiantes universitarios de todo tipo de facultades–, tiende espontáneamente a afirmar que existe una dependencia estrecha entre el aumento o disminución del perímetro y el aumento o disminución del área; frente a la tarea de dar ejemplos, sólo pocos afrontaron con éxito la tarea, y el resultado positivo no está relacionado con la edad (por tanto ni con el grado de escolaridad); entre los estudiantes universitarios se tienen algunos de los más notorios resultados negativos. Del desarrollo de la investigación las autoras afirman que el obstáculo que se opone a la construcción de un conocimiento satisfactorio sobre las relaciones entre “perímetro y área” no es sólo de naturaleza epistemológica sino que es básicamente de naturaleza didáctica.

De lo analizado concluimos que se debería introducir el concepto de área considerando situaciones que están presentes en el mundo real en el que viven los/as alumnos/as antes que en el de las matemáticas, abordar el tratamiento cualitativo del área antes del cuantitativo, introducir el proceso de medida a partir del papel que juega la unidad de área en la medida, estudiar de forma continuada e insistentemente la independencia entre área y perímetro, especialmente a partir del análisis de la variación y/o conservación de estas dos propiedades cuando una superficie es sometida a determinadas transformaciones, planteadas tanto en un contexto geométrico como numérico, y por último, estudiar el carácter bidimensional de las fórmulas del área.

Momentos y actividades en la práctica educativa

Recuperamos algunos momentos del desarrollo de la propuesta en un aula de 2do. año de la escolaridad secundaria básica, que nos permiten reflexionar en relación con lo analizado de la revisión bibliográfica.

Actividad: Juego con cartas isoperimétricas

La actividad tiene como objetivo que las/os alumnas/os puedan, a partir del juego, analizar el perímetro de distintas superficies que se presentan con diferentes formas y así poder elaborar conclusiones.

Actividad: CARTAS ISOPERIMÉTRICAS

Material necesario: 28 cartas de 7 familias de 4 cartas con igual perímetro.

Reglas del juego:

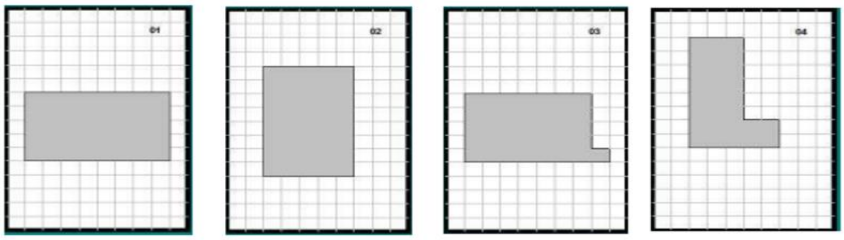
- Juego para 4 jugadores
- Se distribuyen todas las cartas de la baraja.
- Cada jugador agrupa sí puede todos los pares de cartas que tienen la misma longitud del borde y se las guarda.
- Por turno, cada jugador toma una carta del jugador de la izquierda sin verla e intenta formar otro par de cartas con la misma longitud de borde. En caso de hacerlo, se guardan ese par de cartas.
- Gana el que se quede antes sin cartas.

Unidades de medidas utilizadas

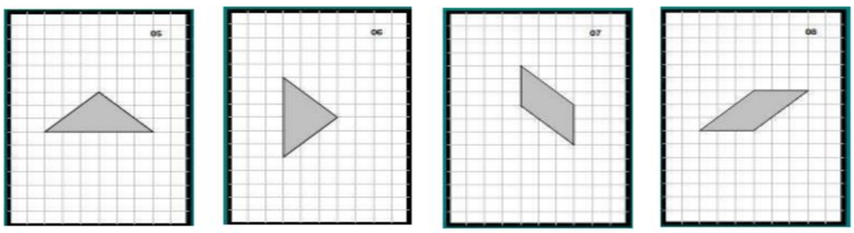
| → lado de un cuadradito

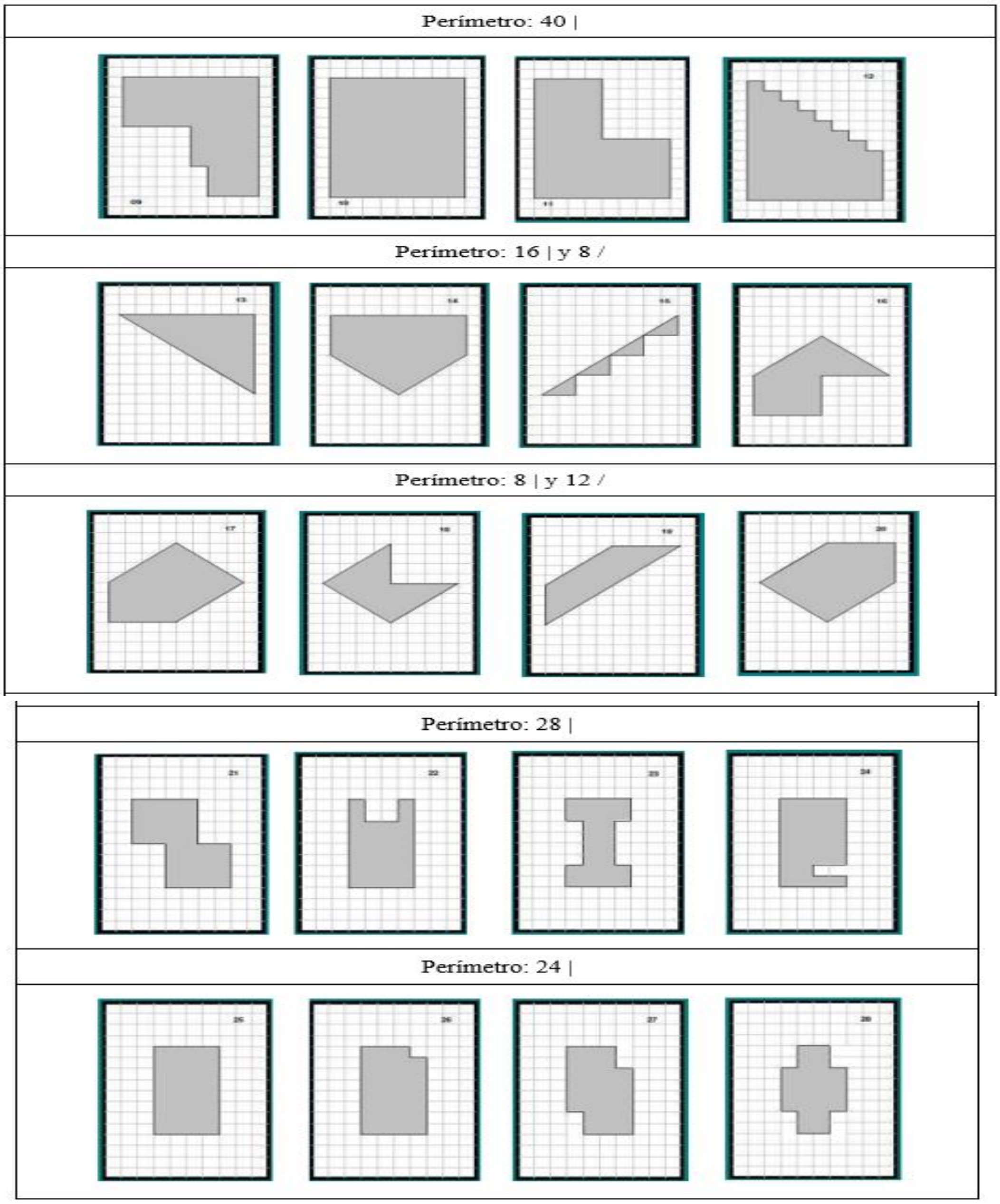
/ → diagonal de un cuadradito

Perímetro: 26 |

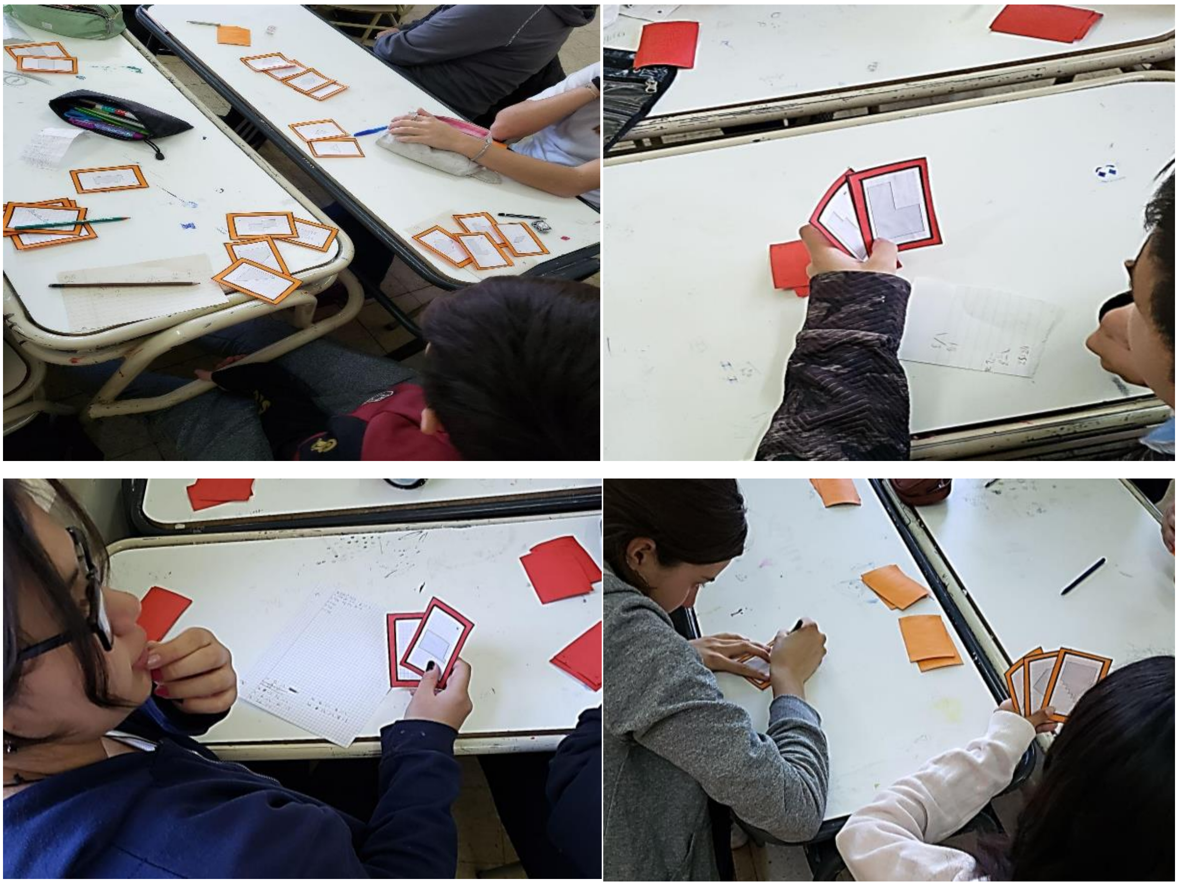


Perímetro: 6 | y 6 /





La actividad resultó innovadora ya que los estudiantes no acostumbran a aprender jugando. No tuvieron inconvenientes a la hora de medir el contorno de las figuras. Para poder comparar la medida de los contornos de las figuras, los estudiantes, utilizaron un papel para anotar y llevar un registro de la medida de cada carta que tenían así cuando obtenían una nueva carta solo la comparaban con el resto hasta juntar el par.



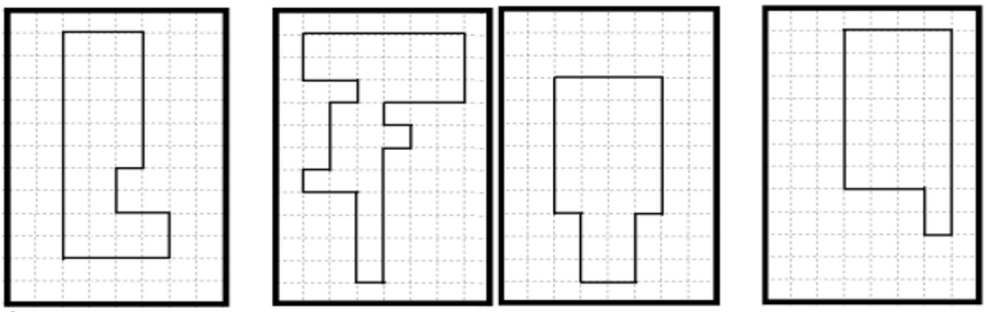
Como cierre de la actividad concluimos que: “*El perímetro de una figura es la longitud de su contorno.” Y “Podemos afirmar que hay superficies de distinta forma que tienen el mismo perímetro.”*

Actividad: Juego con cartas equiextensas

La actividad tiene como objetivo trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie, realizar mediciones basadas en la comparación de las áreas de dos superficies –una, la superficie cuya área se desea medir y la otra, la considerada como unidad–, y que los/as alumnas/os puedan trabajar comparando superficies de distinta forma con igual área, igual área y diferente perímetro, de igual perímetro e igual área.

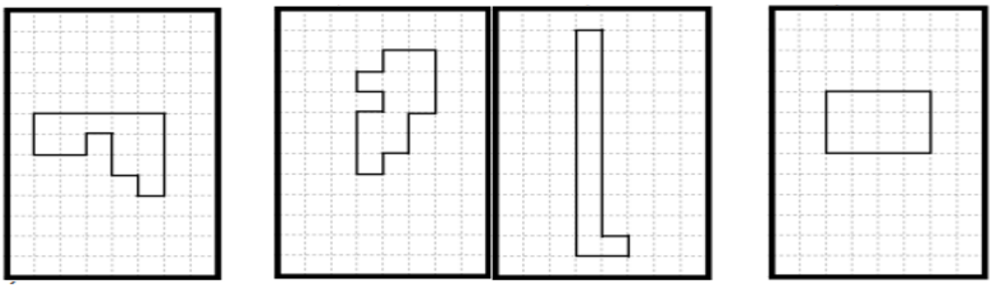
CARTAS EQUIEXTENSAS

Área: 30 cuadraditos



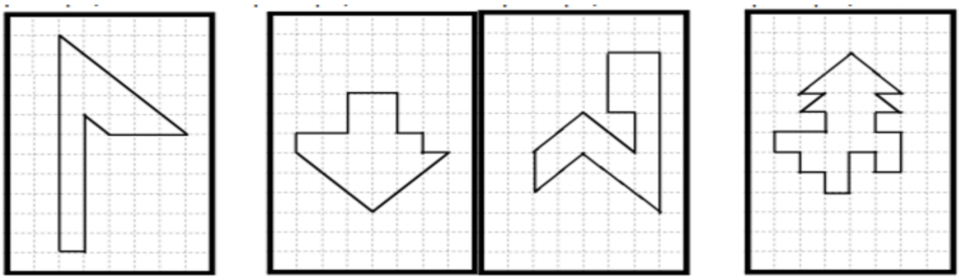
Perímetro: 30 |	Perímetro: 40 |	Perímetro:26 |	Perímetro: 26 |

Área: 12 cuadraditos



Perímetro: 20 |	Perímetro: 20 |	Perímetro:26 |	Perímetro: 14 |

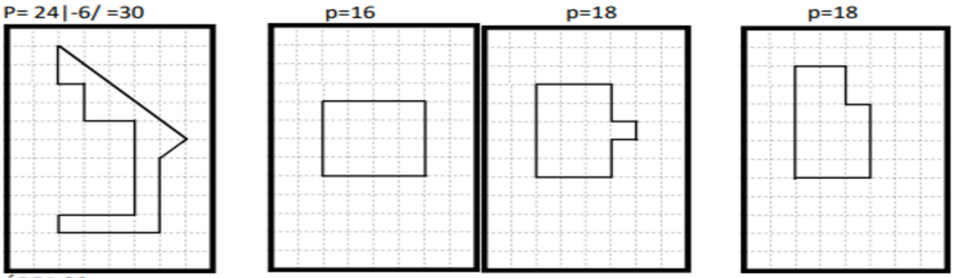
Área: 18 cuadraditos



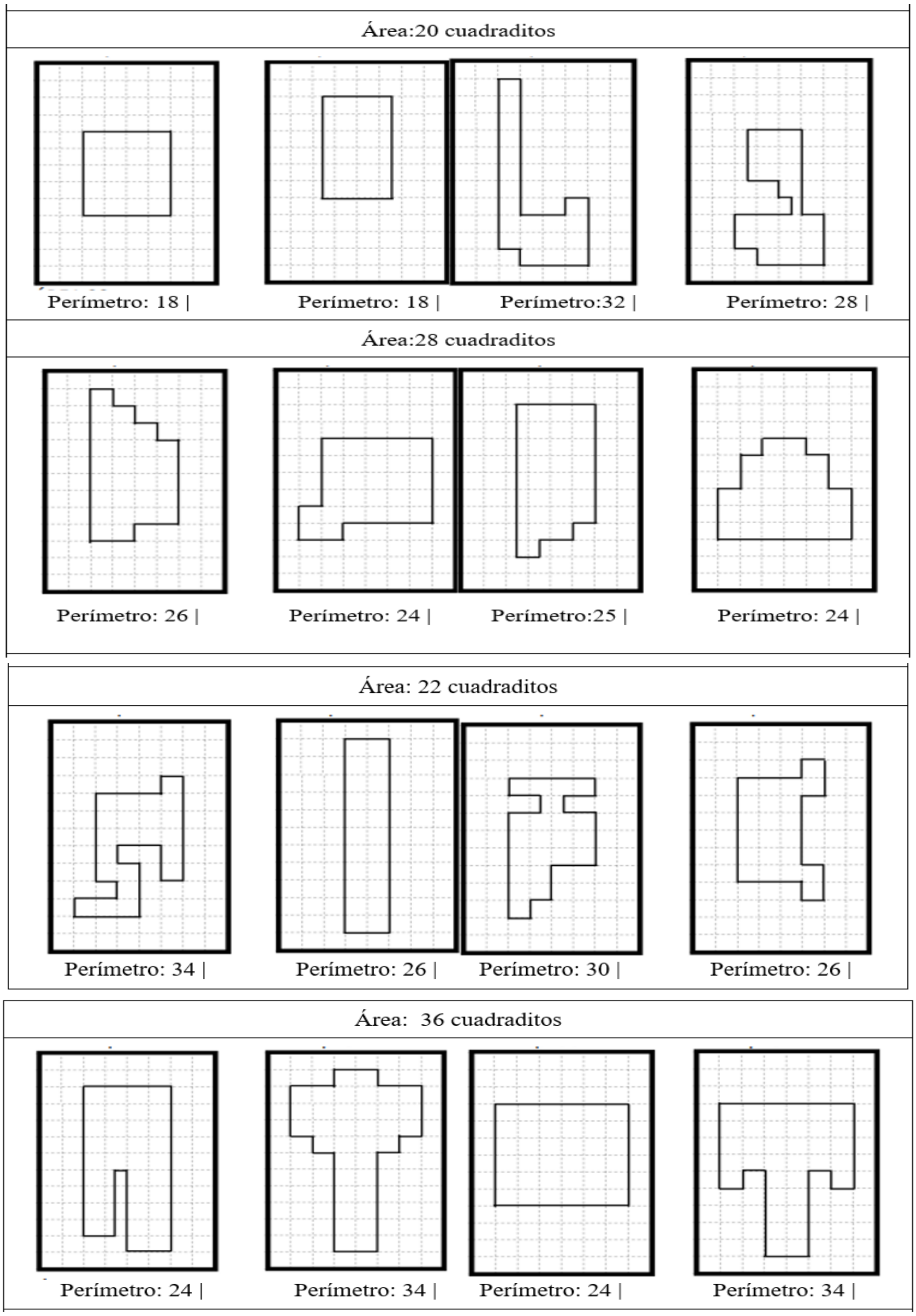
Perímetro: 22| - 6/	Perímetro: 12| - 6/	Perímetro:18| y 9/	Perímetro: 22| - 6/

Área: 16 cuadraditos

P= 24|-6/ =30	p=16	p=18	p=18



Perímetro: 24| - 6/	Perímetro: 16 |	Perímetro:18 |	Perímetro: 18 |


Área:20 cuadraditos
Perímetro: 18 |
Perímetro: 18 |
Perímetro:32 |
Perímetro: 28 |
Área:28 cuadraditos
Perímetro: 26 |
Perímetro: 24 |
Perímetro:25 |
Perímetro: 24 |
Área: 22 cuadraditos
Perímetro: 34 |
Perímetro: 26 |
Perímetro: 30 |
Perímetro: 26 |
Área: 36 cuadraditos
Perímetro: 24 |
Perímetro: 34 |
Perímetro: 24 |
Perímetro: 34 |

Como cierre de la actividad se elabora el concepto de área como:

El área de una figura es la cantidad de plano ocupado por la superficie.

Y concluimos que:

"Hay superficies de distinta forma que tienen la misma área"

"Hay superficies que tienen la misma área y el mismo perímetro"

"Hay superficies que tienen el mismo perímetro con distinta área"

"Hay superficies que tienen la misma área con distinto perímetro"

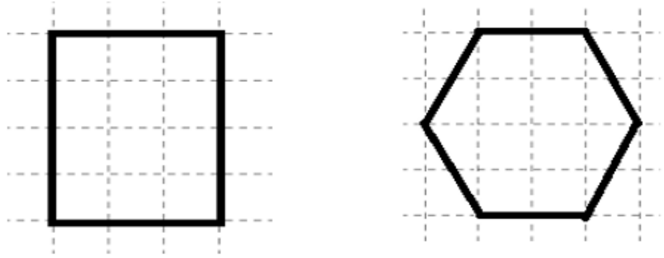
En las actividades resultan bien significativas para las/os alumnas/os y muy potentes para la profesora las conclusiones que se elaboran en conjunto y las institucionalizaciones que permiten. Se desarrollan muchas consignas asociadas a cada juego y a cada actividad, permiten proponer tareas que las/os alumnas/os se animan a traer pensadas para las próximas clases, se realizan mediciones basadas en la comparación de dos longitudes –una correspondiente al perímetro de la figura que se desea medir y la otra, la considerada como unidad– que permiten trabajar con unidades de medida no convencionales utilizando como unidad un lado del cuadrado del cuadriculado y unidades de medidas convencionales, como el centímetro como una de las unidades de medidas de longitud del SIMELA.

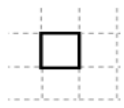
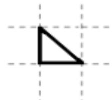
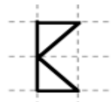
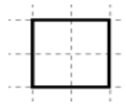
Actividad. Relaciones entre áreas y formas de superficies

El objetivo es trabajar nuevas relaciones entre el área y la forma de la superficie y trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie. El objetivo específico es realizar mediciones basadas en la comparación de las áreas de dos superficies, una, la superficie cuya área se desea medir y la otra, la considerada como unidad.

Consigna: A partir de las siguientes figuras completá la tabla según las condiciones:

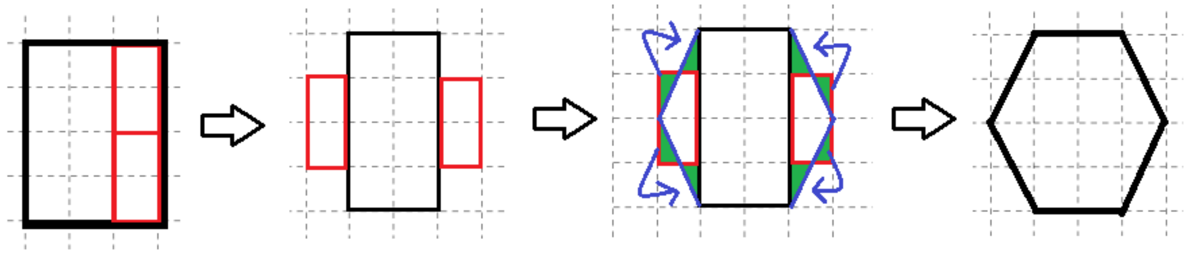
Rectángulo **Hexágono**



Superficies	Unidades de medida			
				
	Área			
Rectángulo				
Hexágono				

Responder: ¿Qué relación hay entre el área del rectángulo y el área del hexágono?

Como las áreas obtenidas con cada unidad de medida son las mismas para ambas figuras, permite preguntarse porque el área del rectángulo es la misma que la del hexágono. El siguiente esquema, si bien lo realizo en mi rol de docente, en esta actividad resulta para las/os alumnas/os gran fuerza explicativa y habilita construcciones y equivalencias:



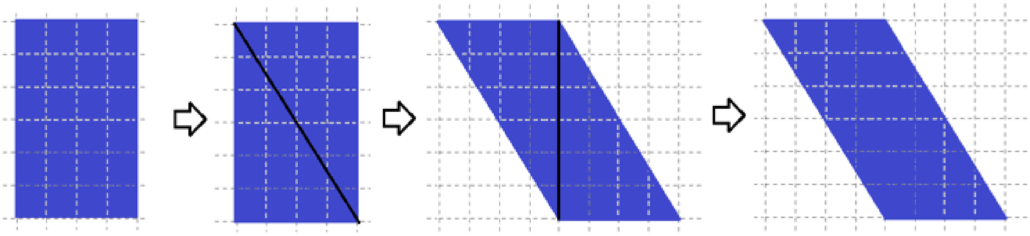
Esta actividad habilita la construcción de las fórmulas de área y perímetro del rectángulo, del cuadrado, del triángulo y de paralelogramos.

Actividad. Conservación del área para comparar superficies

El objetivo de la actividad es trabajar el procedimiento geométrico de reconfiguración por complementariedad de las formas en las que se ha dividido la superficie. Se establece una relación de igualdad de superficies, además trabajar la relación área-perímetro que hace que superficies de igual área posean diferente perímetro. También trabajar con la conservación del área. Concluir que el área del paralelogramo es la misma que la del rectángulo de igual base y altura y, que el área del paralelogramo se obtiene de multiplicar su base por su altura.

Mariana debe hacer un cartel para la escuela con frases motivadoras, la única condición es que el cartel no sea de forma rectangular para que sea diferente a los demás. A Mariana se le ocurre modificar el cartel de la siguiente forma:

Cartel original **Cartel modificado**



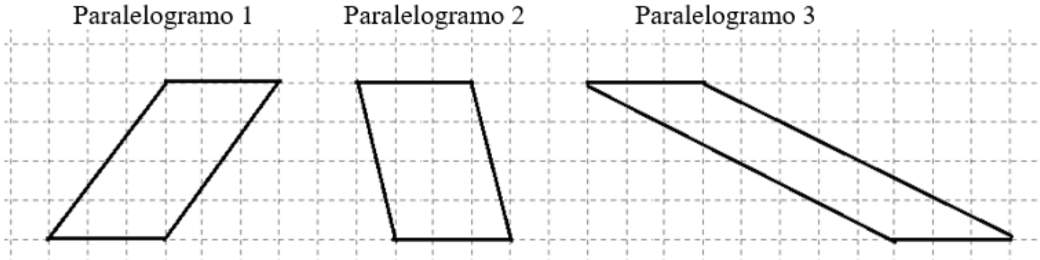
1. Comparar el área del cartel original con el área del cartel modificado.
2. Comparar el perímetro del cartel original con el del cartel modificado.

A partir de la actividad con las/os alumnas/os podemos afirmar que el área del paralelogramo es la misma que la de un rectángulo con la misma base y la misma altura. Por lo tanto, el área del paralelogramo es igual al producto de la longitud de la base por la de la altura.

Como la altura de los paralelogramos nos trae algunos conflictos, proponemos la siguiente actividad para analizar un poquito más:

Calculá el área de todos los paralelogramos.
Para ello puede ayudar analizar cómo es el área de las figuras y cuál es la altura de cada paralelogramo.

Paralelogramo 1 Paralelogramo 2 Paralelogramo 3



Recuperando la producción grupal, *"A partir de esta actividad 12 podemos afirmar que el área del triángulo es la mitad del área de un paralelogramo con la misma base y la misma altura.*

Por lo tanto, el área del triángulo es igual al producto de la longitud de la base por la de la altura dividido en dos."

Consideraciones finales

El recorrido realizado en el marco de esta propuesta me permite sostener que las relaciones entre perímetros y áreas necesitan seguir conflictuándose en el aula de secundaria, y que los obstáculos didácticos indagados se pueden seguir identificando: a mayor perímetro mayor área permanece como una propiedad que declara la necesidad de problematizarse. Así, el perímetro y el área como magnitudes autónomas, los contornos y las formas de las superficies como expresiones independientes de los números que las miden o las relaciones de variación y/o conservación entre áreas y perímetros cuando las figuras son sometidas a transformaciones, son parte de las conceptualizaciones que necesitamos conflictuar.

Y entonces, desde las reflexiones entre lo estudiado previamente y la práctica educativa desarrollada, refuerzo la importancia de una enseñanza cualitativa que permita a las/os alumnas/os sus propias construcciones a partir de un tratamiento y unas lógicas que van a sostener luego las fórmulas y la resolución de nuevos problemas. En este sentido, siguiendo a las/os autores estudiados, se hace fundamental una enseñanza fortalecida inicialmente desde estrategias geométricas e intuitivas, que habilite también las contradicciones, y en la que los números estén los más ausentes posibles. La continuidad en el recorrido demanda esfuerzos en disociar áreas de las formas de las superficies que miden para la comprensión de los procesos de medición. Luego, las comparaciones de diferentes superficies equiextensas y la de una misma superficie con diferentes unidades (no) convencionales de área. Más adelante las relaciones de independencia entre perímetros y áreas ante transformaciones de las figuras y, siempre después, un tratamiento cuantitativo vinculado a procedimientos numéricos. La práctica educativa nos permite comprender un poco más el desafío que significa.

Referencias bibliográficas

Alexander, D. y Koeberlein, G. (2013). *Geometría* 5ª Ed. México: Cengage Learning.

Baldor, J. A (2004). *Geometría plana y del espacio con una introducción a Trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.

Broitman, C. e Itzcovich, H. (2017). *"Matemática en secundaria 1/2"*. Argentina: Santillana.

Cayo Maturana, H.C. y Contreras González, L. C. (2020). Algunos elementos claves del conocimiento especializado del profesor de matemáticas para la gestión de las relaciones área-perímetro. *Educación Matemática*, 32 (2) 39–68.

Corberán, R. (1996). *Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde la primaria a la universidad* (Tesis doctoral), Universidad de Valencia, Valencia.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 10, N. 1. 39-68. ISSN: 1665-2436.

Del Olmo, M., Moreno, M., & Gil, F. (1993). *Superficie y Volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid, España: Síntesis.

Fandiño, M., D'Amore. (2009). *Área y perímetro. Aspectos conceptuales y didácticos.* Bogotá, Colombia: Magisterio.

Mántica, A., Gotte, M., y Dal Maso, M. (2006). Una propuesta para el tratamiento del concepto de área en EGB. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *19*, 108-114.

Ministerio de Educación. (2018). *"Entre números II. Matemática"*. Argentina: Santillana.

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá, Colombia: Delfín Ltda.

Sessa, C. (2015). "*Hacer matemática 1/2"*. Argentina: Editorial Estrada.

Sessa, C. (2016). "*Hacer matemática 7/1"*. Argentina: Editorial Estrada.

Tussy, A., Gustafson, R. D. y Koenig, D. (2006). *Matemáticas básicas para universitarios*. México: Cengage Learning.