



*Campo de Prácticas*, junio 2021, ISSN 2718-8787, pp. 141-210

## **Un paseo por los diferentes registros de las funciones**

Silvina Ponkosky

[sponkosky@gmail.com](mailto:sponkosky@gmail.com)

Profesorado en Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNLPam

### **Resumen**

En este trabajo se analiza el tema Función desde distintos fundamentos: matemáticos, didácticos, curriculares. También se incluye un análisis de aquellos libros de textos que fueron seleccionados como material para implementar posteriormente la propuesta áulica. Dentro de los fundamentos matemáticos se exponen conceptos y definiciones que son utilizadas en la propuesta llevada a cabo. En cuanto a lo que respecta a los fundamentos didácticos se toman en cuenta aquellas sugerencias, recomendaciones y propuestas relacionadas al tema en cuestión y que resultan útiles para el desarrollo del mismo dentro del aula. Cabe destacar que la propuesta parte de la base de los objetivos que se sugieren desde el Ministerio de Educación como el material curricular que se ajusta a los contenidos que deben dictarse en tercer año del nivel secundario.

### **Introducción**

El concepto de funciones en el transcurso del tiempo ha sufrido muchos cambios. Las primeras concepciones de función surgieron de una visión cualitativa de problemas relacionados con el movimiento de los cuerpos y todos tenían como variable independiente el tiempo. Más tarde estos mismos problemas se estudiaron de forma cuantitativa y tomaron un status más significativo con el cálculo diferencial.

Luego aparece la noción de función como expresión analítica y los problemas que se presentan están vinculados con la posibilidad de expresar todo tipo de funciones por medio de desarrollos en series. Vemos que los problemas han pasado de un plano ligado a fenómenos de la realidad, a un plano estrictamente matemático, sin permanecer necesariamente dentro de éste. El análisis desarrollado nos permite ver que detrás de la definición conjuntista, se “oculta” todo un proceso que se torna un elemento de análisis importante para la didáctica.

A continuación, se abordará el siguiente desde distintos fundamentos.

### **Fundamentos Matemáticos**

El texto utilizado para la fundamentación matemática es el de Mónica Bocco (2010) titulado “Funciones Elementales para construir modelos matemáticos” el mismo define:  
Relación: una relación es una correspondencia que asocia elementos del conjunto A, llamado conjunto de partida de la relación, con elementos del conjunto B, llamado conjunto de llegada.

En símbolos matemáticos:  $x R y \leftrightarrow x \in A, y \in B$

Y  $x$  está relacionado con  $y$  según  $R$

Se puede definir, asociado a la relación, dos conjuntos: el dominio y la imagen de la misma, que serán subconjuntos de partida y de llegada respectivamente.

El dominio de una relación es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto de partida que están relacionados con, al menos, un elemento del conjunto de llegada.

La imagen de una relación es el conjunto formado por los elementos del conjunto de llegada que están relacionados con algún elemento del dominio de la relación.

En símbolos matemáticos:

$$Dom R = \{x \in A / \text{existe } y \in B \text{ con } x R y\}$$

$$Img R = \{y \in B / \text{existe } x \in A \text{ con } x R y\}$$

Función:

Una función de A en B es una relación que asocia a cada elemento  $x$  del conjunto A uno y solo uno elemento  $y$  del conjunto B, llamado su imagen.

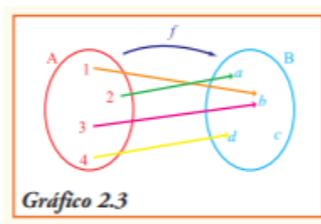
En símbolos: la relación  $f: A \rightarrow B$  es una función si y solo para todo  $x \in A$  existe un único  $y \in B$  que es su imagen, esto es  $y=f(x)$

Una función modeliza una situación en la que existe una relación de dependencia entre dos variables que intervienen en dicha situación.

La variable  $x \in A$  se denomina variable independiente y la variable  $y \in B$  se denomina variable dependiente.

Representación de funciones. Una función puede expresarse de diferentes maneras. Matemáticamente, una función se puede definir a través de: un diagrama sagital; una tabla acompañada de una explicación; un eje cartesiano; una fórmula que la define.

Diagrama Sagital: Se denomina así al esquema que se construye para representar las funciones utilizando dos conjuntos (línea curva cerradas que contienen sus elementos, y que se conocen con el nombre de diagrama de ven) para indicar el conjunto dominio y el conjunto de llegada. Los elementos que se relacionan por la función se unen con una flecha.



**Imagen 1:** Ejemplo representación de función en un diagrama sagital<sup>1</sup>

Ventajas: el diagrama sagital permite observar rápidamente la imagen de cada elemento.

Desventajas: no es adecuado para representar funciones cuando el dominio o la imagen de la misma son conjuntos de infinitos elementos.

Tablas: Cuando se representa un conjunto mediante tabla, se puede observar en la primera columna los elementos del dominio y, en la segunda columna, los elementos de imagen. En esta forma de representación, la correspondencia de cada elemento con su imagen se observa en cada fila de la tabla.

<sup>1</sup> Extraída de Bocco, M.; (2010) *Funciones Elementales para Construir Modelos Matemáticos*.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

ALUMNOS MATRICULADOS EN EL NIVEL POLIMODAL/MEDIO EN ARGENTINA <sup>5</sup>	
Año	Total Alumnos
2001	1.640.278
2002	1.649.332
2003	1.644.694
2004	1.575.653
2005	1.545.992

**Imagen 2:** Ejemplo de la función en registro de tablas<sup>2</sup>

Ventajas: las tablas permiten observar rápidamente la imagen de cada elemento.

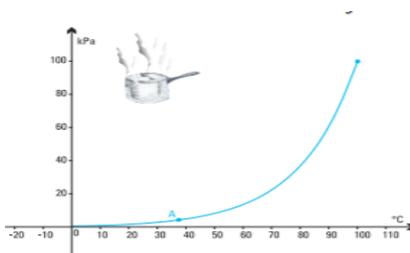
Desventajas: no son adecuadas para observar tendencias o evolución del fenómeno si hay muchos elementos en el dominio.

Gráficos: Una función se representa en un gráfico en el sistema de coordenadas cartesianas. En el eje horizontal, llamado eje de las abscisas o eje  $x$ , se representa la variable independiente, y en el eje vertical, que se llama eje de las ordenadas o eje  $y$ , la variable dependiente.

De esta manera, cada elemento del dominio y su correspondiente imagen se pueden expresar mediante un punto que se denomina par ordenado  $(x, f(x))$  en el plano coordenado.

En el punto  $(x, y)$  que se marca en el plano para obtener el gráfico de una función importa el orden, de allí el nombre de par ordenado, es decir la primera coordenada  $x$  es el valor de la variable independiente y la segunda coordenada  $y$  verifica  $y=f(x)$ .

¡Importante!: El gráfico de una función  $f$  está dada por todos los puntos  $(x, y)$ , y para estos pares ordenados la primera variable  $x \in Dom f$  se visualiza en el eje de las abscisas (*eje  $x$* ), su respectiva imagen  $y=f(x)$  se visualiza en el eje de las ordenadas (*eje  $y$* ).



**Imagen 3:** Ejemplo de la función en registro gráfico<sup>3</sup>

<sup>2</sup> Extraída de Bocco, M.; (2010) *Funciones Elementales para Construir Modelos Matemáticos*.

<sup>3</sup> Extraída de Bocco, M.; (2010) *Funciones Elementales para Construir Modelos Matemáticos*.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Una función que puede representarse en un gráfico sin corte es una “función continua”. Si está formada por puntos o segmentos o trazos por tramos, es una “función discontinua”.

Análisis simultaneo de gráficos de dos funciones:

En una misma situación real, como las que se enumeran a continuación, se necesita evaluar la evolución de las variables, comparándolas.

- . Los precios alcanzados por la nafta súper y la nafta Premium en cada uno de los días del año.
- . La altura alcanzada por dos objetos de distinto tamaño que se arrojan en un mismo momento.
- . Los valores de la temperatura corporal y el pulso de una persona.
- . Los ingresos y gastos mensuales de una familia.
- . Los votos obtenidos por distintos partidos políticos en cada provincia.

En estos casos, es recomendable trabajar con gráficos sobre un mismo sistema de coordenadas a fin de contrastar los resultados.

¡Importante! Cuando se analizan gráficos de funciones comparativamente, se debe observar con cuidado el dominio de definición de ambas, para que correspondan a iguales datos de la variable independiente y muy cuidadosamente el conjunto imagen y las unidades de medida en ambos ejes, a fin de comparar tendencias y evolución de la función.

Ventajas: los gráficos permiten observar rápidamente tendencias o evolución del fenómeno, así como las imágenes de los elementos que incluyen.

Desventajas: no son adecuadas para predecir como continua el fenómeno, extrapolar imágenes de elementos no visibles, etc.

Fórmulas. Todo fenómeno que se pretenda modelizar necesita ser cuantificado, así las variables relacionadas pueden considerarse como pertenecientes a conjuntos de números, en este caso hablamos de funciones numéricas.

En general cuando estudiamos funciones numéricas no perdemos generalidad en el estudio de las funciones que representan situaciones concretas, ya que realizando una asociación entre los elementos con algunas características numérica de los mismos podemos siempre tratar a cualquier función como una que asocia elementos numéricos.

Función Constante, Creciente y Decreciente:

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

- . Una función  $f$  se dice constante en un intervalo  $I \subseteq \text{Dom}f$  si para todo  $x \in I$  es  $f(x)=c$  donde  $c$  es un número real.
- . Una función  $f$  se dice creciente en un intervalo  $I \subseteq \text{Dom}f$  si para todo  $x_1, x_2 \in I$  con  $x_1, x_2 \in I$  con  $x_1 < x_2$  implica  $f(x_1) < f(x_2)$ .
- . Una función  $f$  se dice decreciente en un intervalo  $I \subseteq \text{Dom}f$  si para todo  $x_1, x_2 \in I$  con  $x_1, x_2 \in I$  con  $x_1 < x_2$  implica  $f(x_1) > f(x_2)$ .

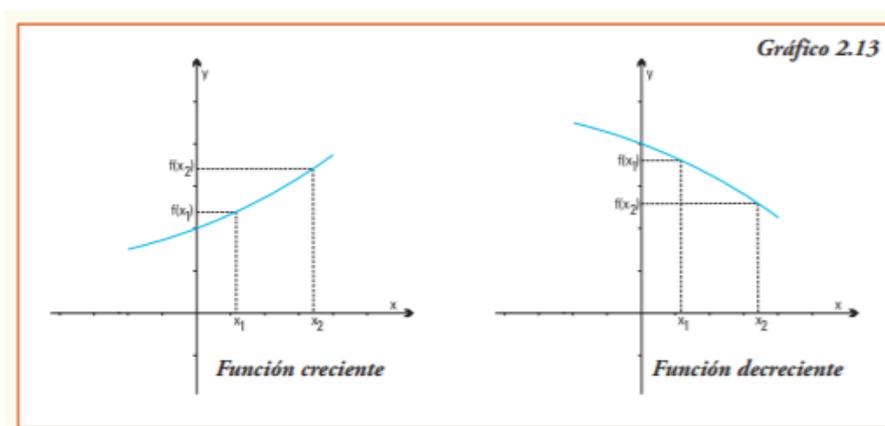


Imagen 4: Ejemplo de funciones crecientes y decrecientes<sup>4</sup>

- . Si una función es creciente en un intervalo su gráfico “sube” a medida que se incrementa los valores de la variable independiente.
- . Si una función es decreciente en un intervalo su gráfico “baja” a medida que se incrementa los valores de la variable independiente.

### Fundamentos Didácticos

Graciela Chemello en el texto “Estrategias de Enseñanzas de la Matemática” afirma que “el concepto de función, tal y como es definido actualmente en Matemática, ha ido evolucionando a lo largo de más de 2000 años. En ese período de tiempo, el concepto ha sido objeto de numerosas precisiones y generalizaciones, así como también ha sido influenciado por concepciones que históricamente se han configurado como resistentes a su evolución (obstáculos epistemológicos).” (Chemello, 2000, pág. 2)

<sup>4</sup> Extraída de Bocco, M.; (2010) *Funciones Elementales para Construir Modelos Matemáticos*.

En ese mismo artículo se puede observar que la autora retoma la idea de Luisa Ruiz Higuera en su Tesis de Doctorado “La noción de función: análisis epistemológico y didáctico”, publicada por la Universidad de Jaén, España, (1998) quien organizó el análisis histórico y posteriormente identifica las concepciones predominantes en distintos períodos de La evolución de esta noción.

Ellas son:

. La función como variación:

Históricamente matemáticos y astrónomos babilónicos, con el fin de profundizar métodos cuantitativos tabularon datos, interpolaron y extrapolaron, en búsqueda de regularidades. Para diferentes investigadores la propuesta de los babilónicos fue un intento de funcionalidad. Para otros existe una distancia muy grande entre “instinto de funcionalidad” y la noción de función. (Chemello, 2000, pág. 3).

Podemos decir que la concepción de la función como variación perdura a lo largo del tiempo.

. La función como proporción

Para el pensamiento griego, la idea de cambio y movimiento estaban presentes, pero fuera de la visión matemática. Al considerarse los entes matemáticos como algo estáticos, llevo a los matemáticos de esa época a expresar sus investigaciones en términos de inequaciones y proporciones más que en términos de variables.

Antiguamente la variabilidad estaba ligada a las magnitudes físicas, que se consideraban diferentes a las matemáticas. Para los griegos solo era posible realizar comparaciones y/o relaciones entre magnitudes homogéneas, por ejemplo, comparaban longitudes con longitudes, áreas con áreas, volúmenes con volúmenes.

El hecho de cotejar magnitudes siempre de la misma naturaleza bien pudo ser un obstáculo para el desarrollo de la noción de función, la cual impedía encontrar dependencia entre las variables de distintas magnitudes.

. La función como gráfica

Según Chemello (2000) el avance significativo en el tratamiento de este tema fue en la Edad Media la cual estuvo ligada a la unión y/o relación de las matemáticas con las ciencias naturales, las escuelas de Oxford y París fueron las pioneras en este desarrollo.

Nicolás Oresme, representante de la escuela francesa, introduce el grafismo para representar los cambios, describirlos y compararlos. Sus representaciones modelaban relaciones más de lo cualitativo que de lo cuantitativo. Estos no mostraban exactamente las relaciones entre ambas magnitudes.

En los siglos XV – XVI se desarrollaron dos avances fundamentales en el desarrollo de la matemática: un perfeccionamiento del simbolismo algebraico y la formación de la trigonometría. Estos adelantos favorecieron sin duda el avance del concepto de función.

#### . La función como curva

A principios del S.XVII, Fermat y Descartes descubren el mundo de la representación analítica al conectar los problemas de dos ramas de la matemática: la Geometría y el Álgebra. Comienza a formarse la geometría analítica como un método de expresión de las relaciones numéricas establecidas entre determinadas propiedades de objetos geométricos, utilizando esencialmente el método de las coordenadas. Se sostiene por primera vez la idea de que una ecuación en  $x$  e  $y$  es un medio para introducir la dependencia entre dos cantidades variables. Citamos a Descartes: Cuando una ecuación contiene dos cantidades desconocidas, hay un lugar correspondiente, y el punto extremo de una de estas cantidades describe una línea recta o una línea curva. La concepción dominante, la función como curva, hace que surja el segundo obstáculo en la evolución de la noción de función, cuando se asocia la gráfica con la trayectoria de puntos en movimiento y no con conjuntos de puntos que satisfacen condiciones en una relación funcional.

#### . La función como expresión analítica

Esta concepción de función como expresión analítica nace en el S. XVII y continúa con Euler y Lagrange en el S. XVIII. Se pensaba que las únicas funciones dignas de estudio eran las que podían ser descriptas por medio de expresiones algebraicas. Se intentaron resolver problemas de la Física. Permanece aún la idea de asignar la variación a las “cantidades”. Aparece la idea de función no-continua. Leibniz habla de “función  $f(x)$ ”. Euler generaliza como expresión analítica:  $f(x) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots$ , donde  $z$ , en términos generales era complejo. En la definición que propone Euler del concepto de función, reemplaza el término cantidad utilizado hasta ese momento por el de expresión analítica: Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de

cualquier forma que sea, de esta cantidad y de números o cantidades constantes. (Euler, cit por D'Hombres, cit. Por Ruiz Higuera, 1998)

Posteriormente, Lagrange amplía la noción de función a toda expresión de cálculo. Esta concepción se constituye en obstáculo para la evolución de la noción de función en relación con sus ideas de dependencia y variabilidad. El punto de vista que predominó fue el aspecto puramente formal más que de relación entre variables; se entiende que una función es una combinación de operaciones dada por una expresión analítica.

. La función como correspondencia arbitraria: aplicación.

Esta concepción de función como aplicación aparece con los últimos trabajos de Euler sobre “funciones arbitrarias”, (S.XVIII), continuando en el siglo XIX con los de Fourier sobre series trigonométricas y los de Cauchy, Dedekind y otros sobre números reales. A partir del problema de la cuerda vibrante de Euler, surge la noción de correspondencia general: se dice que “una cantidad es función de otra u otras”, aunque no se conozca por qué operaciones atravesar para llegar de una a la otra. Más tarde, Euler se ve en la necesidad de considerar funciones más generales que las funciones analíticas: las funciones arbitrarias en las cuales, si  $x$  designa una cantidad variable, entonces todas las otras cantidades que dependen de  $x$ , no importa de qué manera, son llamadas funciones de  $x$  (Euler, cit. Por Ruiz Higuera, 1998, p.129) El término función se corresponde con la expresión  $f(x)$ , y más tarde se representará como  $f: X \rightarrow Y$ , o  $x \rightarrow f(x)$ . Continúa el uso de los ejes cartesianos y aparece una nueva representación: los diagramas de Venn.

. La función como terna

A finales del siglo XIX y principios del siglo XX se llama función a la terna  $f = (A, B, G)$  en donde  $A, B, G$  son conjuntos con las siguientes condiciones  $G \subset A \times B$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$  tal que  $(x, y) \in G$ . Las representaciones utilizadas son las de la teoría conjuntista y se concibe que: una relación funcional está formada por pares de elementos, así como un conjunto está formado por elementos individuales. En esta descripción, clara, precisa y estática ya no hay la menor sugerencia a las cantidades que fluyen engendrando magnitudes variables, ni la menor referencia a puntos moviéndose sobre curvas, ni aparece la vieja y sugestiva idea de variabilidad. La concepción dominante es entonces la de función como terna, que es considerada como un obstáculo ya que, en la intención de lograr mayor precisión y rigor matemático, se pone de relieve una concepción estática:

una función es una colección de pares ordenados que pertenecen a una relación. Se oculta el carácter dinámico de la asignación entre variables.

Luisa Ruiz Higuera manifiesta que la constante evolución hacia definiciones cada vez más abstractas evidencia una transformación progresiva de esta noción, tanto en la forma (las diferentes definiciones) como en el fondo (los conceptos y elementos a los que modeliza). En cuanto a la forma, es interesante constatar que en las primeras definiciones del concepto de función las nociones centrales eran la variación y la dependencia; la correspondencia estaba presente, pero de forma implícita. Después, cuando nos aproximamos a las definiciones modernas, vemos cómo desaparece gradualmente la variación, y después la dependencia, conduciéndonos finalmente a una pura correspondencia. Veamos como ejemplo la siguiente definición: Sean  $X$  e  $Y$  dos conjuntos no vacíos. Una función  $f$  definida en un conjunto  $X$  y con valores en  $Y$  es una ley mediante la cual se hace corresponder a cada elemento de  $X$  un elemento de  $Y$ . Se dice también que  $f$  es una aplicación de  $X$  en  $Y$ .

En cuanto al fondo, es evidente también que existen diferencias significativas entre las definiciones surgidas, pues no todas permiten resolver la misma clase de problemas. Las primeras concepciones de función surgieron de una visión cualitativa de problemas relacionados con el movimiento de los cuerpos y todos tenían como variable independiente el tiempo. Más tarde estos mismos problemas se estudiaron de forma cuantitativa y tomaron un status más significativo con el cálculo diferencial. Luego aparece la noción de función como expresión analítica y los problemas que se presentan están vinculados con la posibilidad de expresar todo tipo de funciones por medio de desarrollos en series. Vemos que los problemas han pasado de un plano ligado a fenómenos de la realidad, a un plano estrictamente matemático, sin permanecer necesariamente dentro de éste. El análisis desarrollado nos permite ver que detrás de la definición conjuntista, se “oculta” todo un proceso que se torna un elemento de análisis importante para la didáctica.

El objetivo de realizar el análisis anterior es comprender las formas bajo las cuales este concepto se ha manifestado y los mecanismos de producción de este saber, así como acceder a las diferentes significaciones que fue adquiriendo en relación con los problemas que permitía resolver. Asimismo, este análisis permite comprender algo que muchos

hemos escuchado reiteradamente: la matemática se ha construido como respuesta a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas; la actividad de resolución de problemas ha estado en el corazón mismo de la elaboración de esta ciencia. Para que una teoría alcance un estado acabado, ha sido necesario que haya previamente funcionado como tal en la resolución de problemas.

### **Fuentes Curriculares**

Los contenidos desarrollados en la propuesta a implementar en la residencia los podemos encontrar en los materiales curriculares correspondientes al año 1, 2 y 3 año del nivel secundario en el eje: En relación las funciones y el álgebra, con los siguientes objetivos:

1° Año.

El análisis de variaciones en situaciones problemáticas -que conduzcan a la construcción del concepto de variable- que requieran:

- . reconocer y utilizar relaciones directa e inversamente proporcionales (escalas, cambios de unidades, ampliaciones y reducciones de figuras, tiempo y espacio), usando distintas representaciones (tablas, proporciones, constante de proporcionalidad) y distinguirlas de aquellas relaciones que no lo son;
- . explicitar y analizar propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa (al doble el doble, a la suma la suma, constante de proporcionalidad) e inversa (al doble la mitad, constante de proporcionalidad); analizar –a través de ejemplos- la variación de perímetros y áreas en función de la variación de diferentes dimensiones de figuras;
- . interpretar y producir tablas e interpretar gráficos cartesianos para relaciones entre magnitudes discretas y/o continuas;
- . interpretar información práctica de gráficas sencillas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales y de la vida cotidiana. (Materiales Curriculares Ciclo Básico, 2009, pág. 16-17)

2° Año.

El uso de relaciones entre variables en situaciones problemáticas que requieran:

- . interpretar relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas en diversos contextos (regularidades numéricas, proporcionalidad directa e inversa);

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

- . representar e interpretar puntos y gráficas cartesianas de relaciones y en funciones sencillas basadas en la proporcionalidad directa, que vengan dadas a través de tablas e intercambiar información entre tablas y gráficas;
- . leer directamente de los gráficos, e inferir información a partir de ellos. Reconocer las limitaciones de los gráficos para las representaciones de la realidad;
- . modelizar variaciones uniformes y expresarlas eligiendo la representación más adecuada a la situación (incluyendo en este proceso, tanto la elección de las variables como el rango de los valores que puedan tomar las mismas);
- . explicitar y analizar propiedades de las funciones de proporcionalidad directa (variación constante, ordenada al origen);
- . diferenciar crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional. (Materiales Curriculares Ciclo Básico, 2009, pág. 23)

3° Año.

El reconocimiento, uso y análisis de funciones en situaciones problemáticas que requieran:

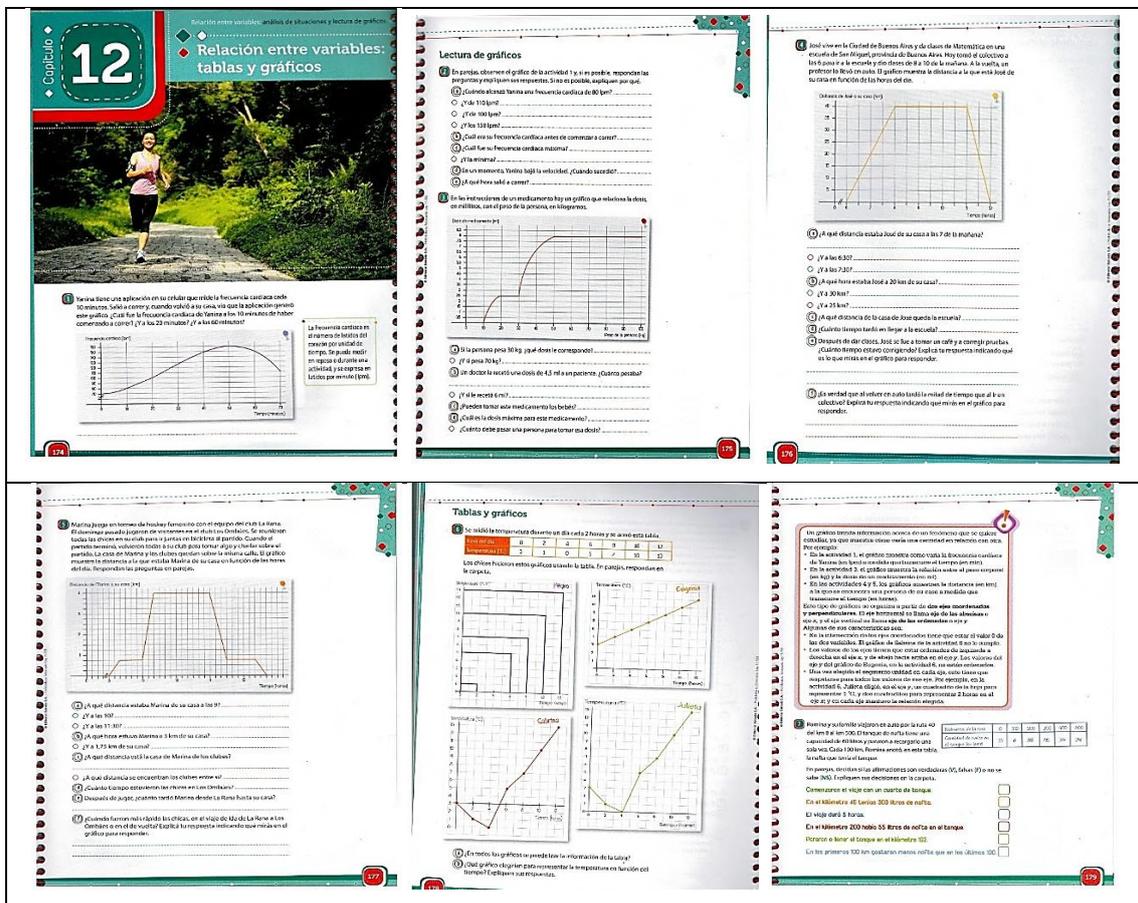
- . interpretar gráficos y fórmulas que modelicen variaciones lineales y no lineales, en función de la situación planteada;
- . producir y comparar fórmulas para analizar las variaciones de perímetros y áreas, en función de la variación de las dimensiones de las figuras.
- . modelizar y analizar variaciones lineales expresadas mediante gráficos y/o fórmulas interpretando sus parámetros (la pendiente como cociente de incrementos y las intersecciones con los ejes);
- . expresar una misma situación utilizando distintas formas de representación (gráfico, fórmula, tabla, descripción verbal). (Materiales Curriculares Ciclo Básico, 2009, pág. 29)

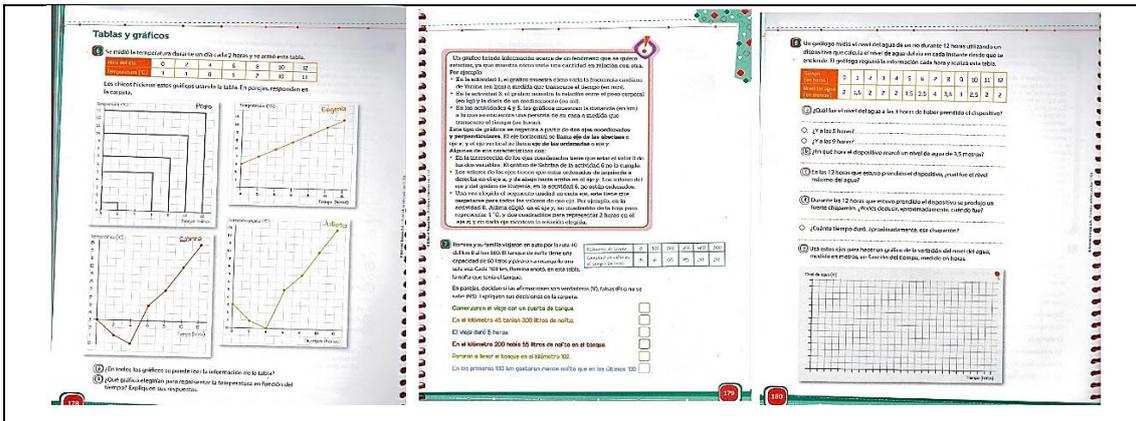
### **Fuentes Editoriales**

A continuación, analizare algunas de las fuentes editoriales consultadas para la implementación de la planificación.

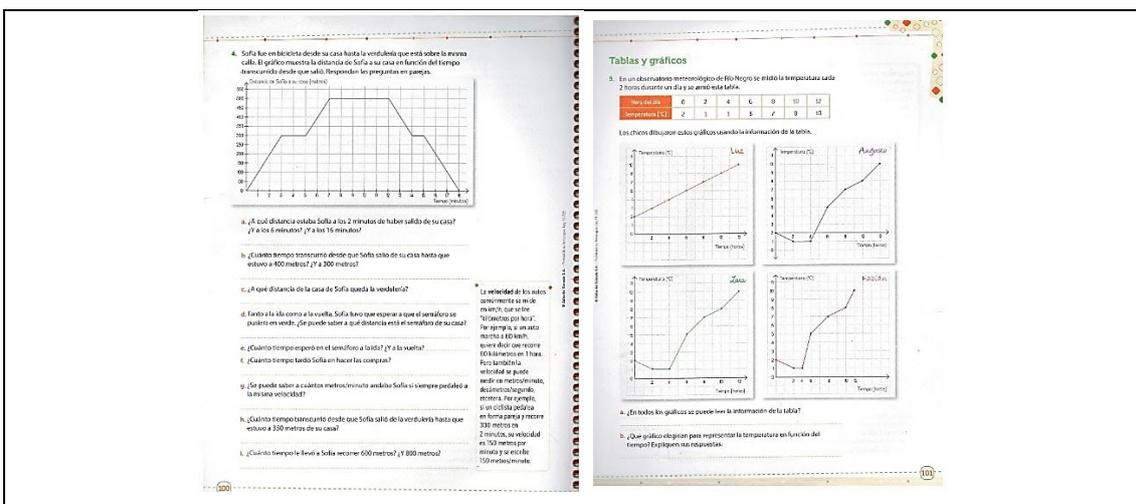
En el libro de Sessa, C (2017) *Hacer Matemática 7/1*, presenta el tema en el capítulo 12: “Relaciones entre las variables: Tablas y gráficos” (es el último capítulo del libro). Comienza con el análisis de gráficos y para lo cual destina cinco actividades. En la sexta

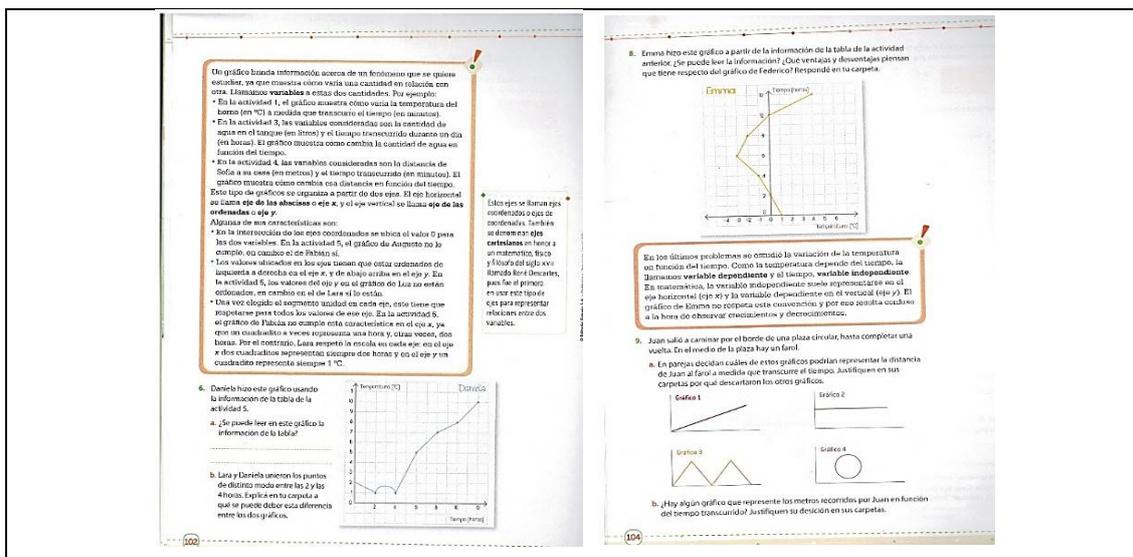
actividad presenta una tabla y compara con posibles gráficos. En la séptima actividad presenta una tabla y a partir de allí solicita marcar verdadero, falso o no se sabe diferentes afirmaciones. En la actividad 8 requiere que, a partir de una tabla, respondan diferentes preguntas y que realicen un gráfico de coordenadas. Las actividades siguientes presentan propuestas que relacionan tablas y gráficos, pero con cuestiones de proporcionalidad. Entre los ejercicios 6 y 7, realiza una definición sobre los elementos y organización de los datos a través de un sistema de coordenadas, utilizando las actividades anteriores como ejemplos. A continuación, se presentan imágenes del capítulo mencionado anteriormente:





En el libro de Sessa, C. (2017) *Hacer Matemática 1/2*, presenta el tema en el capítulo 7: “Relaciones entre variables: tablas, gráficos y formulas”. El tratamiento y organización de los conceptos abordados en las primeras actividades es similar a las presentadas en el libro analizado anteriormente. Entre la actividad 5 y 6 define variable. Y en propuesta 8 y 9 clasifica las variables en dependientes e independientes. En las actividades 11 y 12 se presenta la función a partir del registro en tabla, con ese registro propone responder diferentes preguntas y la construcción de gráficos. Entre los ejercicios 13 y 14 define función, dominio e imagen. Lo hace a partir de la revisión de actividades anteriores. Entre la 15 y 16 comienza a introducir la función a través de fórmulas. Empieza con prácticas en donde el alumno debe construir la misma. Como cierre del capítulo se presentan diferentes actividades similares a las trabajadas previamente. A continuación, se presentan algunas de las páginas del capítulo mencionado.





En el libro de Sessa, C. (2017) *Hacer Matemática 2/3*, presenta el tema en el capítulo 4: “Análisis de funciones”. En las primeras tres actividades se presenta el gráfico y a partir de allí un par de preguntas para responder desde la observación de los mismos. En el ejercicio 4 se proponen tres situaciones en lenguaje coloquial y se les solicita que relacionen lo expresado al registro gráfico. A continuación, define variable dependiente e independiente a partir de las revisiones de las actividades anteriores. En las actividades 5 y 6 presenta la función en su registro de tablas, y luego solicita responder diferentes preguntas relacionadas al registro presentado. Desde la propuesta 11 y retomando actividades anteriores, define función, variable dependiente e independiente, dominio e imagen. También podemos observar en este capítulo la relación que establece entre las funciones y el cálculo de áreas de diferentes figuras. Y finalizando con este capítulo propone un par de consignas en donde se relacionan los diferentes registros (gráficos, tablas y fórmulas).

### Funciones y no funciones

11. Esta tabla registra el peso y la talla de los bebés nacidos el día 8 de abril de 2016 en una maternidad de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

	Lele	Fede	Benja	Luca	Amber	Luc	Josaf	León	Mica	Fier
Talla (en cm)	47	47,5	48	48	49	51	51,5	53	53	54
Peso (en kg)	2,550	2,400	2,900	3,850	3,900	3,450	3,300	3,400	3,650	3,500

a. ¿Cuál fue el peso de Luca al nacer? ¿Qué bebé pesó menos al nacer?  
b. ¿Cuál fue la talla de León? ¿Qué bebé midió menos?  
c. Realizá en tu carpeta un gráfico cartesiano usando los valores de la tabla y ubicando la talla en el eje x y el peso en el eje y.  
d. Si se sabe cuál fue la talla de uno de estos bebés al nacer, ¿se puede conocer su peso? ¿Cómo te das cuenta mirando el gráfico? ¿Y mirando la tabla?

En la actividad 11 observaron que no es posible saber el peso de un bebé conociendo solo su talla. El peso no queda determinado por la altura. Por ejemplo, Benja y Luca miden 48 cm, pero pesan distinto. En las actividades anteriores ocurría algo diferente entre las variables. Por ejemplo, en la actividad 1, a cada valor del tiempo le correspondía un solo valor de la temperatura, es decir que la temperatura dependía del tiempo. Si en una relación entre dos variables, a cada valor de una le corresponde un único valor de la otra, esa relación se llama **función**. En una función se llama **variable dependiente** a aquella que depende de la otra variable, y a esta se la llama **variable independiente**. Por ejemplo, en la función de la actividad 5, la variable independiente es la altura desde la superficie terrestre (en km) y la variable dependiente es la temperatura de la atmósfera (en °C). El conjunto de todos los valores que toma la variable independiente se denomina **dominio** de la función y el conjunto de todos los valores de la variable dependiente se llama **conjunto imagen**. Por ejemplo, en la actividad 10, el conjunto son todos los números desde 0 hasta 8, ya que la pelota tocó el piso a los 8 segundos, mientras que el conjunto imagen son todos los números de 0 a 64, ya que la pelota empezó a caer a los 64 metros y luego hasta el piso, que corresponde a los 0 metros.

12. Decidan en parejas si las siguientes relaciones entre variables son funciones o no.

- La altura de los alumnos de tu escuela en función de su número de calzado.
- Tu altura en función del tiempo, desde que naciste hasta el día de hoy.
- El área de un cuadrado en función de uno de sus lados.
- El área de un rectángulo en función de uno de sus lados.

En un gráfico cartesiano, la variable independiente se representa en el eje horizontal y la variable dependiente, en el eje vertical.

### Funciones y áreas

13. En un triángulo ABC, el lado AB mide 10 cm y la altura correspondiente a ese lado mide 5 cm. Se quieren construir otros triángulos ADC agregando un segmento ED a la base y conservando la misma altura. Estos son dos ejemplos de los triángulos ADC que se quieren construir.

a. Calculá el área del triángulo ADC si ED mide 3 cm.  
b. Completá la siguiente tabla y anotá las cuentas que hiciste.

Longitud del segmento ED (en cm)	0,5	1	3	5	12
Área del triángulo ADC (en cm <sup>2</sup> )					50

c. Decidan en parejas si alguno de los siguientes gráficos podría representar el área del triángulo ADC en función de la longitud del segmento ED. Expliquen por qué aceptarían o descartarían cada gráfico.

---

### Funciones, gráficos y fórmulas

17. En la actividad 11 de la página 47, correspondiente al capítulo 3, estudiaron el área y el perímetro de cuadriláteros formados por un rectángulo y un triángulo isósceles. La altura de los rectángulos mide siempre 3 cm y la medida de la base es variable, y la nombramos con la letra b. En grupos, resuelvan las siguientes consignas en la carpeta para estudiar cómo varía el área del cuadrilátero en función de b.

a. Completen la siguiente tabla y anotén las cuentas que hicieron.

b (en cm)	0,5	1,5	2	3	5
A = Área del cuadrilátero (en cm <sup>2</sup> )					

b. Escriban una fórmula que permita calcular el área del cuadrilátero (A) para cualquier valor de b.  
c. Realicen un gráfico cartesiano de la variación de A en función de b. También pueden hacerlo usando Geogebra; tienen que introducir la fórmula de A en la barra de entrada.  
d. ¿Es verdad que para b = 7,5, A vale 27? ¿Cómo se dan cuenta mirando el gráfico? ¿Y usando la fórmula?  
e. ¿Para qué valor de b el área será igual a 18 cm<sup>2</sup>? Expliquen su respuesta usando la fórmula y el gráfico.  
f. ¿Por qué el gráfico de la función no pasa por (0; 0)? ¿Cómo se pueden dar cuenta usando la fórmula de A?  
g. Usen la fórmula para hallar en qué punto el gráfico corta al eje y, ¿A qué polígono corresponde ese punto?

En la actividad 17, una fórmula que permite calcular el área del cuadrilátero en función de b, la medida de la base del rectángulo (en cm), es:  $A = 4,5 + 3 \cdot b$ . Para saber qué A depende del valor de b, se usa la escritura:  $A(b) = 4,5 + 3 \cdot b$ . Se puede usar la fórmula para calcular cuánto vale la función para un cierto valor de la variable independiente: por ejemplo, para  $b = 8,5$ , hay que hacer  $4,5 + 3 \cdot 8,5 = 20,5$ . Se responde  $A(8,5) = 20,5$  y se lee "la imagen de 8,5 es 20,5". Esto significa que cuando b mide 8,5 cm, el área del cuadrilátero mide 20,5 cm<sup>2</sup>.

Si realizan el gráfico en Geogebra introduciendo la fórmula, verán que aparece una parábola de gráficos sobre los valores regulares del eje horizontal. Si bien es así el gráfico que corresponde a la fórmula, los puntos con abscisas negativas no corresponden a la función A que están estudiando, ya que la longitud b correspondiente a la base del rectángulo no toma valores negativos.

18. La profesora de Biología midió, cada 5 minutos, la temperatura de una sustancia durante un proceso químico y armó esta tabla.

Tiempo (en minutos)	0	5	10	15	20	25	30	35
Temperatura (en °C)	-5	5	12	30	45	40	30	22,5

a. ¿Cuál era la temperatura de la sustancia cuando empezó a medirla?  
b. ¿Cuál fue la máxima temperatura que midió y en qué momento realizó esa medición?  
c. ¿En qué intervalo de 5 minutos la temperatura creció más?

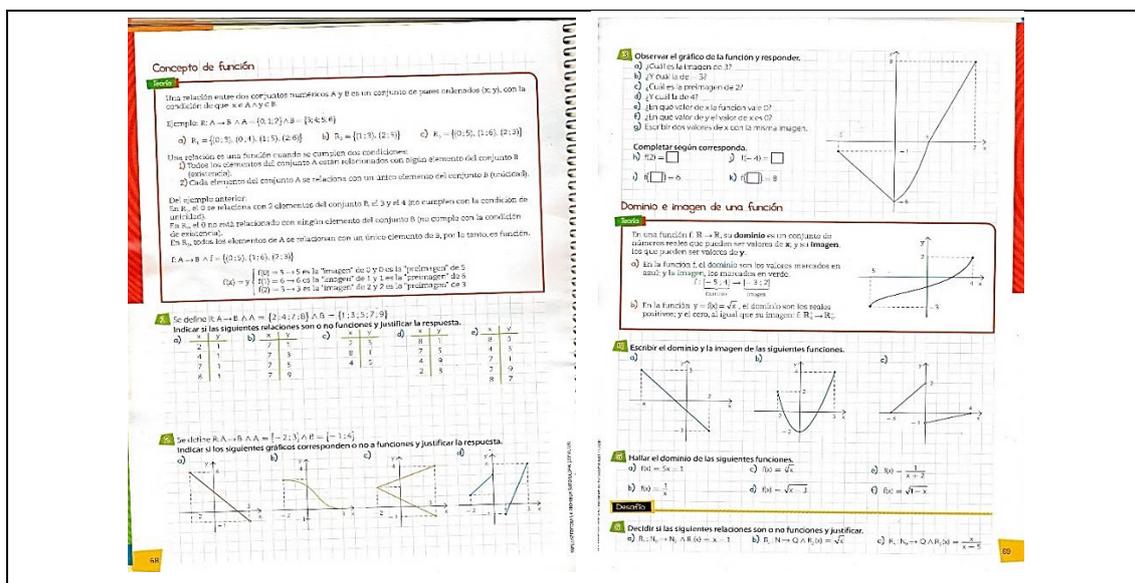
19. Cuatro alumnos hicieron estos gráficos usando los datos de la tabla anterior.

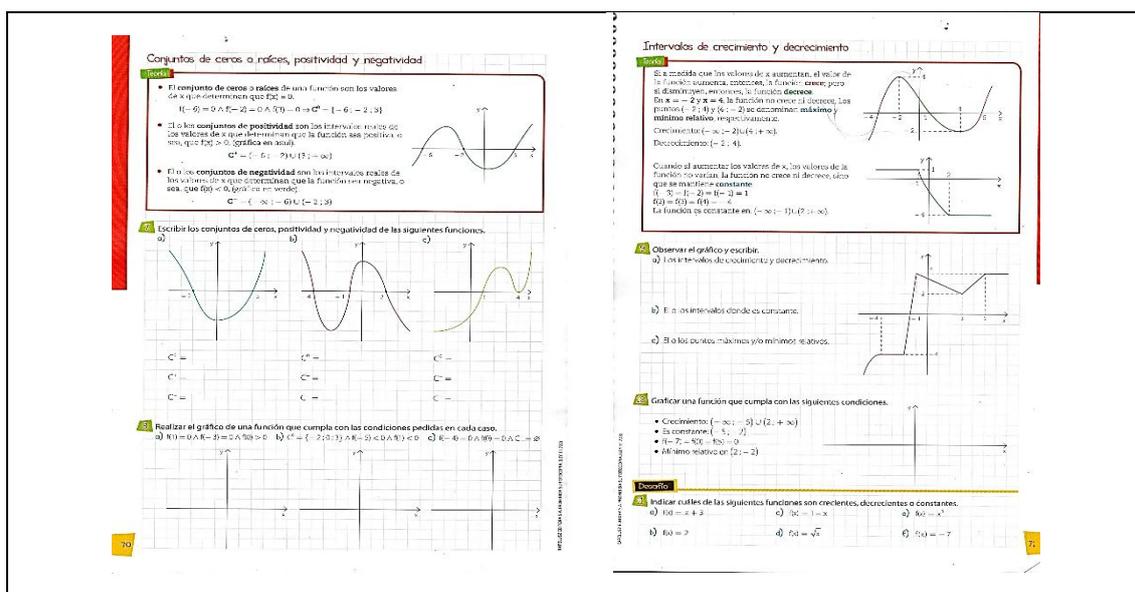
a. ¿En todos los gráficos se puede leer la información de la tabla?  
b. ¿Cuáles te parece que son más útiles para responder las preguntas de la actividad 18? ¿Por qué?

En lo que respecta al autor Pablo Effenberg (2016) en su libro *Matemática III*. Expone el tema en el capítulo 4: "Funciones". Aquí, presenta de manera totalmente distintas a las propuestas revisadas anteriormente. Define en primer lugar pares ordenados y da tres ejemplos de los mismos a través de la utilización de conjuntos y a continuación define función y propone ejemplos utilizando también conjuntos. Exhibe dos actividades en donde el alumno debe clasificar entre las relaciones que son, o no, funciones y expresa las situaciones en dos registros diferentes (tabla y gráficos). Seguidamente define dominio e imagen. A continuación, propone diferentes actividades en donde el alumno debe usar esos conceptos. Los registros utilizados por dichas actividades son el gráfico y

la fórmula. Siguiendo con el análisis del libro, define conjunto de ceros o raíces, positividad y negatividad, y seguidamente, propone actividades en donde se relacionan dichos conceptos. Y posteriormente define intervalo de crecimiento y decrecimiento. Luego, formula consignas relacionadas a la definición. Cerrando con esta parte, el capítulo propone un par de actividades en donde se vinculan los conceptos detallados anteriormente.

Este texto, como podemos observar, se diferencia totalmente de las propuestas de los libros analizados de Carmen Sessa. Ello se percibe si tenemos en cuenta que esta autora implementa en primer lugar la práctica, para luego arribar a la teoría. En tanto, Effenberger manifiesta primero la teoría, para dar luego lugar a la práctica.





Continuando con el análisis de los libros de texto, otro autor consultado para el tratamiento de este tema, fue el de Cólera Jiménez J. y De Guzman Osamiz, en Publicación titulada “Matemática 1”. Este libro, a diferencia de los anteriores analizados, se divide por bloques. El tema funciones se encuentra en el bloque 3, y comienza dicho tema expresando diferentes situaciones cotidianas en donde podemos encontrar las funciones. También aborda temas como qué interesa de las funciones, el instrumento para el estudio del cambio, cómo imaginarse gráficamente una función, entre otros, a modo de introducción. Más adelante encontramos ejercicios donde aparece el registro gráfico y coloquial, como herramienta de estudio del tema. En otros apartados, podemos observar las propuestas expresadas en este texto, que tienen que ver con otros campos de conocimiento, trabajando de manera interdisciplinaria.

### 9 FUNCIONES Y GRÁFICAS

**Con lo que ya sabes...**

■ Varios amigos van de excursión. Esta es la panorámica del recorrido:



Aquí tienes un diagrama en donde se aprecia el lugar en que estaban en cada momento del día, desde las 9 de la mañana, que salen, hasta que llegan.

Describe la excursión. ¿Dónde se pararon a descansar? ¿En qué parte de la gráfica se aprecia cómo Luis olvidó el maletín y debió volver por él? ¿Cuánto recorrieron antes de darse cuenta? ¿A qué hora cumplieron? ¿Dónde? ¿Cuánto rato estuvieron allí? ¿Se notan en la gráfica las subidas y bajadas del camino? ¿En qué?

Esa noche pernoctaron en el refugio. A la mañana siguiente salieron a las 9 del refugio y volvieron hacia el pueblo. Haz una gráfica como la anterior, pero que salga a las 9 del refugio y que llegues, por la tarde, al pueblo.

Leticia opina que hay un cierto lugar en donde estuvieron los dos días a la misma hora. ¿Qué opinas? Superpon las dos gráficas y lo verás claro.

**Cuando acabes de estudiar este tema...**

- Te habrás familiarizado con la idea de lo que es una función y sabrás manejar su terminología básica.
- Sabrás buscar, reconocer y designar los aspectos más relevantes de las funciones (crecimientos, máximos y mínimos, discontinuidades, tendencias...).
- Habrás adquirido soltura en interpretar funciones dadas mediante su gráfica y en representar gráficamente funciones descritas por un enunciado.
- Verás la relación entre la gráfica de algunas funciones y su expresión analítica y tendrás cierta idea de las ventajas que ésta reporta al estudio de las funciones.
- Valorarás la utilidad de las funciones.

**A grandes rasgos...**

■ Las funciones sirven para describir fenómenos

La variación del precio de un alimento respecto al tiempo es una información importante para la economía familiar. Si en lugar de un alimento se valoran y ponderan la totalidad de los productos de consumo doméstico (lo que se suele llamar "la cesta de la economía de un país", la evolución de su coste es una información de enorme importancia para la profundidad una gráfica en la que se nos describe la función "tiempo" → "coste de la compra". Esta y otras muchas funciones se nos presentan frecuentemente quienes tendemos que expresar mediante una gráfica una función conocida.

■ Aspectos relevantes de una función

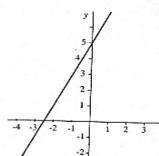
Para proceder eficazmente en esta doble tarea de interpretar gráficas de funciones y de expresar gráficamente funciones conocidas, debemos saber cuáles son los aspectos más significativos de una gráfica y que más luz aportan a la comprensión del fenómeno que describen:

- El fenómeno descrito, ¿evoluciona suavemente o tiene saltos bruscos?
- ¿Aumenta, disminuye? ¿Cuándo se alcanza el mayor valor? ¿Decrece más o menos rápidamente?
- ¿Qué cabe esperar que ocurra más allá del tramo en que ha sido estudiado? Es decir, ¿qué tendencia tiene?

La comparación, el estudio conjunto de dos o más funciones, puede aportar mucha más información que cada una de ellas por separado. Utilizaremos algunas técnicas sencillas para realizar el estudio conjunto de varias gráficas.

■ Expresión analítica

Como seguramente ya sabes, la expresión  $y = 2x + 5$  corresponde a una recta y ésta puede interpretarse como una función de  $x$  en  $y$ . Son muchas las funciones que, además de ser descritas gráficamente, pueden ser traducidas al lenguaje analítico mediante una fórmula. La expresión analítica aporta grandes ventajas al estudio de las funciones, aunque conlleva dificultades. En este tema sólo nos acercaremos a ellas.



**Lenguaje analítico:** el que se vale de fórmulas y expresiones algebraicas.

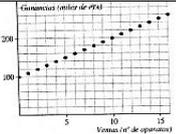
---

Observemos estas tres gráficas:

Las ganancias mensuales de un representante de ordenadores son 100 000 PTA fijas más 5 000 PTA por cada aparato vendido. Esta es la gráfica de la función

aparatos vendidos → ganancias mensuales

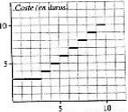
La variable independiente sólo tiene sentido para los valores 0, 1, 2, 3, 4, ... pues no se puede vender un número fraccionario de televisores.



Una conferencia telefónica urbana cuesta lo siguiente: 3 duros para comenzar, y con ellos se puede hablar 3 minutos. A partir de ese momento, cada minuto cuesta un duro. Esta es la función

duración → coste

Hay variaciones bruscas del coste cada minuto a partir del tercero.

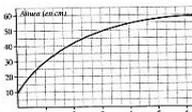


Esta gráfica describe el crecimiento de una cierta planta con el paso del tiempo. Concretamente, se trata de la función

tiempo → altura

La variación de la altura es suave, sin saltos bruscos

Las dos primeras no funciones discontinuas. Esta tercera es continua.



**Definiciones**

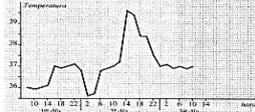
Hay ocasiones en las que la variable independiente no es continua, sino que pasa dando saltos de cada valor al siguiente (Gráfica 1). Cuando eso sucede, la variable se llama discreta y, en esos casos, la gráfica de la función no es una línea, sino una serie de puntos.

En otras ocasiones, aunque la variable independiente sea continua, la función presenta saltos bruscos (Gráfica 2). En esos casos se llama discontinuidades y la función que los tiene se dice que es discontinua.

Una función se llama continua cuando no presenta discontinuidad de ningún tipo.

**ERJERCICIOS**

1 Se ha tomado la temperatura de un enfermo cada dos horas durante tres días. A la vista de la gráfica, haz un estudio de la función tiempo → temperatura, contrastando a las siguientes preguntas:



- ¿Te parece correcto haber representado la gráfica continua?
- ¿Qué crees que representa la franja que aparece en torno a los 37°C?
- ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura es muy inferior a 37°C?
- ¿En qué instante la temperatura alcanza el máximo valor?
- ¿Cuáles son el aumento y el descenso más bruscos que observas en la gráfica?

2 En las autoescuelas tienen unos precios fijos que aplican a todo aquel que requiera sus servicios. En la autoescuela "Ramírez" las tarifas son las siguientes:

TARIFAS:	
Precio de cada clase	2 000 PTA
Precio matrícula carnet	25 000 PTA



- He utilizado los servicios de "Ramírez" y con 5 clases me han dado el carnet. ¿Cuánto he pagado?
- ¿Cuánto habrían pagado con 6 clases? ¿Y con 7?
- Haz la gráfica en la que relaciones lo que te cuesta obtener el carnet según el número de clases recibidas.

3 El aparcamiento de un centro comercial tiene la siguiente tarifa de precios:

TARIFAS:	
Precio desde las 9 hasta 22 horas	
• Las dos primeras horas	gratuito
• 3ª hora o fracción y sucesivas	100 PTA
• Máximo diario	1 000 PTA



Representa la gráfica de la función tiempo de aparcamiento → coste.

## Conclusiones

A lo largo de este trabajo se expresan diferentes fundamentos didácticos y matemáticos, se incluyeron además análisis de libros de textos y fuentes curriculares que guiaron mi planificación implementada. La misma, a partir de sucesivas revisiones y correcciones a fin de mejorar, conllevó diferentes modificaciones hasta llegar a la propuesta final. Algunos de los ejercicios que fueron seleccionados fueron analizados con detenimiento y

debieron sufrir cambios, superando el tiempo estipulado, aunque con resultados altamente positivos y enriquecedores.

Las diferentes investigaciones analizadas en los fundamentos didácticos me permitieron decidir desde donde comenzar, qué problemáticas de los alumnos analizar, como así también qué utilizar y qué no de las diferentes propuestas editoriales presentes en el mercado.

### **Referencias Bibliográficas**

Bocco, M.; (2010) *Funciones Elementales para Construir Modelos Matemáticos*. Buenos Aires. Argentina. Ministerio de Educación.

Chamello, G.; (2000) *Estrategias de enseñanza de la matemática*. Editorial Universidad Virtual

Effenberger, P.; (2016) *Matemática III*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina. Editorial Kapeluz.

Materiales Curriculares Educación Secundaria Ciclo Básico. Matemática. (2013). Santa Rosa: Ministerio de Cultura y Educación de la Provincia de La Pampa. Subsecretaría de Coordinación. Dirección General de Planeamiento.

Sessa, C.; (2015). *Hacer matemática 7/1*. Buenos Aires. Argentina Editorial Estrada.

Sessa, C.; (2015). *Hacer matemática 1/2*. Buenos Aires. Argentina Editorial Estrada.

Sessa, C.; (2017). *Hacer matemática 2/3*. Buenos Aires. Argentina Editorial Estrada.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones



## Propuesta de aula

### **Función. Función expresada a partir de diferentes registros. Variables. Variables Dependientes e Independientes. Dominio e Imagen. Función creciente y decreciente.**

Año: 3° año Ciclo Básico

Introducción:

A partir de la lectura y análisis de diferentes autores que abordan el tema de funciones realicé una selección de los que consideré más adecuados para llevar a cabo la implementación de la planificación.

Esta propuesta fue readaptándose y modificándose hasta llegar a la propuesta final que se muestra a continuación.

Seguidamente, se detallan los contenidos y el tiempo en relación a las actividades propuestas:

Actividades	Contenido	Tiempo
Actividad 1: "Analizando diferentes publicaciones periodísticas" Actividad 2: "Seguimos analizando artículos periodísticos"	La función como relación entre magnitudes variables o la función como variación Registro gráfico. Registro coloquial. Variables. Gráficos de relaciones entre variables.	120 minutos
Actividad 3: "Ayudemos a Juan" Actividad 4: "El nivel de un río" (Actividad como tarea)	La función como correspondencia entre conjuntos numéricos. Registros numéricos. Tablas. Relación de dependencia entre variables. Variable dependiente e independiente.	80 minutos
Actividad 5: "El recorrido de Sofía"  Actividad 6: "Dosis de medicamento según el peso"	La función como curva, descripta gráficamente. Diferencia entre trayectoria y puntos que cumplen una relación. Gráficos de relaciones entre variables. Ejes de coordenadas. Abscisas. Ordenadas. Coordenadas de un punto. Intersecciones de la gráfica con los ejes. Ordenada al origen.	120 minutos
Actividad 7: "Ahora graficamos la altura alcanzada por la polenta según la cantidad de recipientes que retiramos" (Actividad entregable)	Ejes de coordenadas. Eje x. variable independiente. Eje y. variable independiente. Puntos (x; y).	80 minutos
Actividad 8: "¿Cuánto calzo y cuanto mido" Actividad 9: "Comparando talla y pesos de un bebe recién nacido"	Función.	120 minutos
Actividad 10: "Clasificando las relaciones que son funciones y las que no" (apartado a) y b))	Funciones y no funciones.	40 minutos
Se retoma la actividad 10 apartados c) y d)	Funciones y no funciones.	80 minutos

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Actividad 11: “La temperatura media” Trabajo Práctico	Registro en tabla. Registro gráfico. Dominio e Imagen.	
Actividad 12: “Le sacamos el agua a una pecera” (actividad entregable)	(La función a partir de fórmulas) Registro algebraico. Registro gráfico. Registro de tabla. Función creciente y decreciente.	120 minutos
Se retoma la actividad 12	Gráficas utilizando GeoGebra.	80 minutos
Actividad 13: “El estiramiento del resorte en función del peso” (Actividad entregable)	Actividad de integración	80 minutos

Tabla 1: Actividades - Contenido- Tiempo

El grupo está conformado por 25 alumnos.

El Objetivo general se centra en que las/os alumnas/os puedan reconocer, analizar y estudiar el concepto función desde diferentes registros.

### Actividad 1: Analizando diferentes publicaciones periodísticas

Organización de los recursos/materiales: Se dividió en ocho grupos y se le entregó a cada grupo un artículo periodístico y una hoja con las consignas.

Objetivo: Analizar e identificar en las diferentes publicaciones las variables que son abordadas en cada una de ellas y relacionarlas entre sí.

Artículo 1. El siguiente gráfico fue extraído de una nota periodística del diario “La Arena” el día 25 de julio de 2019.



Imagen 1: La suba de la canasta familiar<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Extraída del diario La Arena el 25 de julio del 2019, pág. 3

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

A partir del análisis del mismo respondamos las siguientes preguntas:

- ¿Qué informa el gráfico?, ¿Qué se está representando?, ¿cuáles son los valores que se representan?, ¿En qué unidades?
- ¿Qué valor era necesario para cubrir la canasta familiar en octubre del 2018? ¿Y qué valor en abril del 2019? ¿Y de cuanto fue este aumento?
- ¿Cuál fue el valor máximo y cuál el mínimo de la canasta familiar registrados en el gráfico? ¿Y a qué periodo corresponden estos valores?
- Si consideramos el período 2019 (desde enero a junio) ¿Cuál fue el incremento de la canasta familiar?
- ¿Qué comportamiento presenta la gráfica? ¿qué significa?
- ¿Qué nos indica lo que está señalado dentro del círculo?

Artículo 2. Leer y analizar el siguiente artículo periodístico extraído del diario “La Arena” el día 25 de julio de 2019.

**UNA FAMILIA NECESITO \$31.148 PARA NO SER POBRE**

## Aumenta la pobreza en Argentina

**La suba de la canasta familiar**  
Desde junio 2018 a junio 2019

El costo de la Canasta Básica Total de una familia tipo aumentó 58,96% respecto de mayo, según informó el Indec. En tanto, la Canasta Básica Alimentaria, que define el nivel de indigencia, aumentó en junio también 2,7% y registró un costo de \$ 15.409,72.

El costo de la Canasta Básica Total de una familia tipo, que define el nivel de pobreza, ascendió en junio a \$31.148,41 y aumentó 58,96% respecto de mayo, informó ayer el Indec.

Por su parte, la Canasta Básica Alimentaria, que define el nivel de indigencia, aumentó en junio también 2,7% y registró un costo de 15.409,72 pesos, según las cifras oficiales.

En los últimos doce meses, la canasta total aumentó 58,96% y la canasta alimentaria, un 58,9%, ambas por encima de la evolución de la inflación en ese periodo que fue del 65,46%.

Desde diciembre pasado la CBT aumentó 22,15%, mientras la CBA se incrementó en un 21,6%, ambas casi en línea con la evolución del Índice de Precios al Consumidor, que en ese periodo aumentó un 22,45%.

Para una familia tipo de tres miembros el costo de la CBT fue de 24.797 pesos y la alimentaria de 9.879 pesos, mientras que para un hogar compuesto por cinco integrantes la CBT pasó a costar en abril 32.716 pesos y la alimentaria 13.062 pesos.

La Canasta Básica Alimentaria está compuesta por el total de artículos que reúnen los requerimientos calóricos y proteicos necesarios para un varón adulto, mientras la Canasta Básica Total incluye esos servicios públicos y otros gastos.

**CABA.** Por otra parte, en Capital Federal una pareja, compuesta por una mujer y un varón de 50 años, ambos económicamente activos y propietarios de la vivienda, con dos hijos varones de 9 y 6 años, requirió en junio 30.914,77 pesos para superar el umbral de la pobreza, la canasta básica alimentaria por su parte, marcó una suba de 2,2 por ciento. El indicador que determina la línea de indigencia en el distrito trepó un 22,9 por ciento en lo que va del año y un 57,5 por ciento en do-

La suba de la canasta familiar Desde junio 2018 a junio 2019

Fecha	Costo (Pesos)
Junio 2018	\$19.601,79
Julio 2018	\$20.134,07
Ago 2018	\$20.868,93
Sep 2018	\$22.569,17
Oct 2018	\$24.241,77
Nov 2018	\$25.206,05
Dic 2018	\$25.493,80
Ene 2019	\$26.442,92
Feb 2019	\$27.870,43
Mar 2019	\$28.750,94
Abr 2019	\$29.403,65
May 2019	\$30.337,84
Jun 2019	\$31.148,41

El empleo registrado en la industria de la construcción bajó 2% interanual en mayo, con un total de 417.216 puestos de trabajo, se informó ayer. Según el informe de ocurrencia del Instituto de Estadística y Registro de la Industria de la Construcción (Iercc) con relación a abril de este mes, se registró una caída de apenas 0,8% en la cantidad de puestos laborales. La entidad evaluó que tanto durante mayo como en junio, hubo una "débil y leve" recuperación del empleo sectorial que contrasta con lo ocurrido en el primer trimestre del año, que llevó el nivel de mayo a ubicarse un 0,6% por debajo del registro de marzo último. El Iercc destacó, además, que el plantel medio de las firmas constructoras fue un 14,5% superior al del mes anterior, igual al de abril y prácticamente el mismo nivel que un año atrás (14,0%). Además, indicó que en mayo y en menor medida en abril se ha verificado un menor dinamismo del empleo sectorial en los establecimientos de mayor tamaño relativo. A nivel territorial, la evolución del empleo se registró una fuerte heterogeneidad, siendo 12 las jurisdicciones que presentaron un volumen de ocupación superior al del mes anterior, mientras que en abril habrían sido 13 en esa situación.

El valor de la canasta en el caso de un hogar compuesto por dos adultos y dos niños alcanzó en junio a 15.043,11 pesos.

**Defraudado.** El ex titular de la Unión Industrial Argentina (UIA) Hector Méndez aseguró que el actual contexto de crisis económica producto de la política de Mauricio Macri "es comparable con la época de (el ministro de Economía de la última dictadura, Alfredo) Martínez de Hoz", e inclusive "más duro", y subrayó que "no hay ninguna urgencia" para poner en marcha una reforma de flexibilización laboral como la que el gobierno "Esto es comparable con la época de Martínez de Hoz. Aunque es más duro por las expectativas que generó. Uno no esperaba de Martínez de Hoz una acción mejor, si la esperaba de Macri", criticó el dirigente, quien se expresó "defraudado" por el Gobierno.

Además, el dirigente cuestionó el modo con que la administración de Cambiemos "castiga" al sector industrial e indicó que "no votará a Macri porque "me defraudó". "Defraudó todo lo que hizo. No era su amigo ni lo conocí ni tengo relación con él. Pero la verdad es que lo que pasa no fue amor con el sector industrial", lanzó durante una entrevista por radio Citra.

En este sentido, Méndez contestó que no tiene "ganas de votar" porque "todo me parece todo una lacra, de un lado y del otro" y "lo que obtiene (los candidatos) es muy malo". No obstante, al referirse a su desenojbre los resultados de los próximos comicios, agregó: "Ojalá que la Argentina tenga un cambio y que los empresarios, que han sido víctimas y muy castigados por este gobierno, tengan las chances de poder actuar de vuelta".

"Yo soy industrial y la Argentina tuvo un enorme proceso de deterioro en los últimos años", agregó el ex titular la principal ósmara de dirigentes de ese sector en el país, quien también puso en tela de juicio la iniciativa del gobierno nacional de poner en marcha una reforma laboral en caso de ganar las elecciones.

En su criterio, aún "hay que revisar muchas cosas". "Dado tiempo su tiempo", explicó no sin aclarar que el está a favor de una flexibilización. "Pero no es cuestión de hacerla apresuradamente, sino en el momento y condiciones que correspondan", de modo tal "que nadie diga que el Estado es débil en la negociación". @pam2019/148

Imagen 2: Aumento de la pobreza en la Argentina<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Extraída del diario La Arena el 25 de julio del 2019, pág. 3.

A partir de la lectura del siguiente artículo periodístico responder las siguientes consignas:

- ¿De qué trata el texto?
- ¿En qué se diferencia la canasta básica total y la canasta básica alimentaria?
- ¿Cuál fue el aumento de la canasta básica total respecto de mayo y el de la canasta básica en junio?
- ¿Qué define el costo de la canasta básica total de una familia tipo? ¿Y que define la canasta básica de alimentos?
- Según el texto, ¿cuánto necesita una familia de tres integrantes para cubrir la canasta básica total? ¿Y una de cinco?

Artículo 3. “El gobierno aumentará el salario mínimo un 35%”. Leer y analizar el siguiente artículo periodístico extraído del diario “La Arena” el día 31 de agosto de 2019.

• LA SUBA SERA EN TRES CUOTAS Y NO ALCANZA A CUBRIR LA CANASTA BASICA

## El gobierno aumentará el salario mínimo un 35%

**El Gobierno dispuso ayer de manera unilateral un aumento del salario mínimo del 35%, que se abonará en tres tramos y lo llevará de 12.500 pesos a 16.875 pesos, luego de que no hubiese acuerdo entre funcionarios, empresarios y sindicalistas en el Consejo del Salario Mínimo, Vital y Móvil.**

**BUENOS AIRES**

• La reunión entre empresarios, gremios y el gobierno se realizó en la sede de la cartera de Trabajo en la avenida Leandro Alem del centro porteño, donde tras dos sesiones plenas las partes no alcanzaron un consenso para fijar el salario mínimo, tal como se preveía, debido a las grandes diferencias entre los que reclamaban los sindicalistas y lo que ofrecían los empresarios. De esta forma, por tercer año consecutivo el Gobierno de Mauricio Macri debió laudarse ante la distancia que había entre lo que requerido por ambas partes.

“Ante la falta de un acuerdo, el Ministerio de Producción y Trabajo resolvió elevar a través de un laudo la pauta del mínimo salarial que debe percibir un trabajador soltero, sin hijos, mensualizado, que cumple la jornada legal completa de trabajo a \$16.875, lo que equivale a un aumento del 35%”, informó la cartera que conduce Dante Sica, quien encabezó la reunión.

**Tres pagos.** La actualización del salario mínimo se aplicará en tres tramos: un 13% a partir del mes de agosto, un 12% en septiembre y un 10% a partir del mes de octubre. La prestación por desempleo también tendrá un aumento del 35% en los mismos tramos que el Salario Mínimo, Vital y Móvil (SMVM). “Estas subas alcanzarán a los trabajadores que no se encuentran encuadrados dentro de convenios colectivos, a los beneficiarios de las prestaciones por desempleo y a parte de los beneficiarios de los programas del Ministerio de Salud y Desarrollo Social”, detalló la cartera laboral.

Asimismo, los aumentos impactarán sobre los haberes mínimos de los docentes y sobre las jubilaciones mínimas, ya que los salarios mínimos de los docentes, a partir del decreto 52/2018, deben encontrarse un 2% por encima del salario mínimo fijado por este Consejo, mientras que la ley de movilidad jubilatoria, por su parte, asegura para los jubilados que el haber no será inferior al 82% del SMVM.

**Equiparar el salario.** Al retirarse del encuentro, uno de los secretarios generales de la CGT, Héctor Daer, sostuvo que la central obrera insistió en que el haber mínimo debía equipararse a la canasta básica, es decir llevarlo de los actuales 12.500 pesos a \$31.000, por lo cual remarcó que no estaba conforme con lo dispuesto. No obstante, Daer aclaró que la CGT no tiene previsto convocar a medidas de fuerza en medio de la delicada situación política y económica que atraviesa el país y detalló que podría haber de parte del Gobierno “nuevas convocatorias” para actualizarlo.

“Las partes acordaron realizar un seguimiento de la situación en los próximos meses, y volverán a reunirse en caso de considerarlo necesario”, indicó Trabajo en un comunicado.

Por parte del sector empresario asistieron a la reunión Daniel Funes de Rioja (UIA), Julio Cordero (UIA), Juan José Etala (UIA), Horacio Martínez (UIA), Pedro Echeverry (CAC), Jorge Hultón (Camarco), Abel Guerrero (SRA), Paulo Arns (Coninagro), Adelmo Gabbi (Bolsa de Comercio), Jaime Campos (AEA), Pedro Cascales (CAAME), Ricardo Guell (UIA), Juan Rinaldi (Adeba) y Verónica Sánchez (Fehgra).

En representación del sindicalismo estuvieron Héctor Daer, Carlos Acuña (CGT), Sergio Romero (CGT), Andrés Rodríguez (CGT), Ariel Coria (CGT), José Luis Lingeri (CGT), Rodolfo Daer (CGT), Antonio Caló (CGT), Noé Ruiz (CGT), Abel Frutos (CGT), Armando Cavalieri (CGT), Ricardo Peidro (CTA), Edgardo Llano (CTA), Hugo Benítez (CGT), Daniel Domínguez (CGT) y Julio Piumato (CGT).

Mientras se realizaba la reunión, en las inmediaciones a la sede laboral se desarrolló una movilización de la CTA Autónoma y organizaciones sociales para reforzar su pedido de un salario mínimo equivalente al valor de la canasta básica. ☺



La cartera que dirige Sica determinó el aumento de manera unilateral.

Imagen 3: El gobierno aumentará el salario mínimo un 35%<sup>7</sup>

A partir de la lectura del siguiente artículo periodístico responder las siguientes consignas:

- ¿De qué trata el texto?
- ¿De cuántos es el salario mínimo y de cuánto será después del aumento?
- ¿De qué manera se va a producir dicho aumento? ¿Cómo van a ser pagos?
- ¿De cuánto es el aumento? ¿A quiénes está destinado?
- ¿De cuánto debería ser el aumento según uno de los secretarios de la CGT? ¿Por qué?

Artículo 4. “El dólar se disparó y cerró a \$57,30”. El siguiente grafico fue extraído de una nota periodística del diario “La Arena” el día 13 de agosto de 2019.

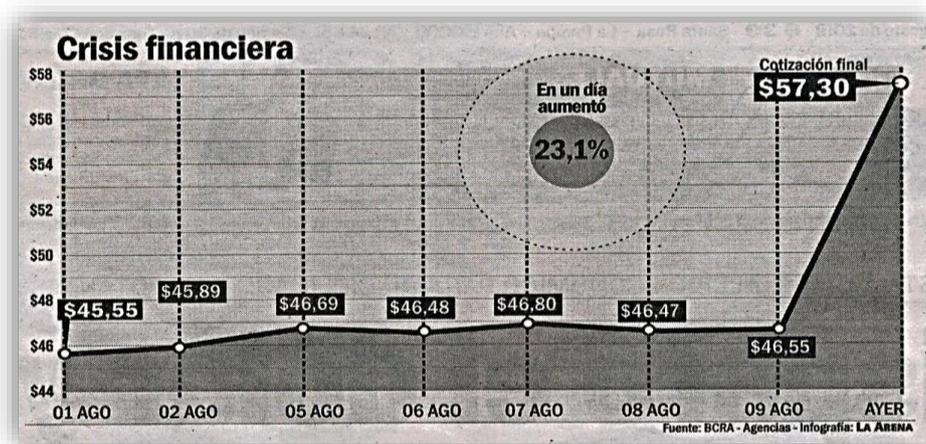


Imagen 4: Crisis financiera<sup>8</sup>

A partir de la observación del mismo respondamos las siguientes preguntas:

- ¿Qué muestra el gráfico?
- ¿Qué período se está analizando?
- ¿Cuáles fueron los precios máximos y mínimos en el período estudiado y en qué fecha se produjeron esos precios? ¿Cuál fue la variación entre dichos precios?
- ¿Qué comportamiento tiene el gráfico?

<sup>7</sup> Extraída del diario La Arena el 31 de agosto de 2019, pág. 2.

<sup>8</sup> Extraída del diario La Arena el 13 de agosto de 2019, pág. 2.

e) ¿Cuál fue la variación entre el 9 y el 12 de agosto? ¿Qué crees que generó dicha variación?

f) ¿Qué información provee lo señalado en el círculo?

Posibles resoluciones de los alumnos.

Artículo 1:

- a) El grafico informa la suba de la canasta familiar desde junio del 2018 a junio del 2019, la misma se registra en pesos.
- b) El valor registrado en octubre 2018 fue de \$24. 241,17 y en abril del 2019 fue de \$29.493,61 y el aumento fue de \$5.252,44.
- c) El máximo fue de \$31.148,41 y el mínimo de \$ 19.601,79
- d) Desde junio del 2018 a junio del 2019.
- e) Crece durante todo el período. La canasta va en aumento.
- f) El grafico circular en el centro de la gráfica nos indica el valor máximo y mínimo registrado en el periodo y el aumento final en un año.

Artículo 2:

- a) El texto trata del aumento de la canasta básica en la Argentina en los últimos meses.
- b) La canasta básica alimentaria está compuesta por un total de artículos que reúnen los requerimientos calóricos y proteicos necesarios para un varón adulto. La canasta básica total incluye esos alimentos más el costo de servicios públicos y otros gastos.
- c) El aumento de la canasta básica total fue de un 2,7% respecto de mayo y ascendió a \$31.148,41. Y la canasta básica alimentaria también fue de un 2,7% y se registró a \$ 12.409,72.
- d) El costo de la canasta básica total define el nivel de pobreza y el costo de la canasta básica alimentaria el nivel de indigencia.
- e) Una familia con tres integrantes necesita \$24.795 para cubrir la canasta básica de alimentos y para una familia con cinco integrantes necesita \$32.716.

Artículo 3:

- a) El texto trata del aumento en el salario mínimo.
- b) El salario mínimo es de \$12.500 y después del aumento llegará a \$16.875
- c) La actualización se realiza en tres períodos: 13% en agosto, 12% en septiembre y el 10% en octubre.
- d) El aumento será de un 35% y está destinado a trabajadores en convenio colectivo, los beneficiarios de las prestaciones por desempleo, una parte de los beneficiarios de los programas del Ministerio de Salud y Desarrollo Social. También docentes y jubilados con haberes mínimos.
- e) Según uno de los secretarios de la CGT el aumento debería ser de \$18.500 para equiparar la canasta básica de \$31.000.

Artículo 4:

- a) La grafica muestra el aumento del dólar.
- b) El período analizado es desde el 1 de agosto al 12 de agosto.
- c) El precio mínimo fue de \$45,55 y el máximo fue de \$57,30. La variación fue de \$11,75.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

- d) Se mantiene casi constante hasta el 9 de agosto, momento en que se provoca un salto desde el 9 al 12 de agosto.
- e) La variación entre el 9 y el 12 de agosto fue de \$10,75. La incertidumbre que se generó después de las elecciones primarias abiertas simultáneas y obligatorias.
- f) Lo señalado en un círculo informa el aumento del dólar en un día 23,1%.

Comentarios e intervenciones docentes:

Se dividió el curso en ocho grupos a los cuales se les distribuyó artículos periodísticos extraídos del diario La Arena en diferentes fechas, con distintas problemáticas económicas actuales.

Consideré conveniente para una mejor organización y aprovechamiento del material distribuir los textos y los gráficos de manera tal que dos grupos trabajaran los mismos artículos para lograr una puesta en común más dinámica y evaluar así las diferentes interpretaciones posibles que los alumnos hagan sobre las mismas consignas.

También me pareció apropiado dividir el artículo periodístico en dos partes: registro gráfico y coloquial, para poder abordar la misma problemática desde dos enfoques.

Artículo 1: La propuesta de esta actividad es que a partir de un gráfico extraído de un artículo periodístico poder realizar una pequeña lectura del mismo, ya que es habitual encontrar publicaciones de estas características. Y poder extraer información representada en un registro gráfico. Para ello a la hora de realizar la puesta en común se presentó en el pizarrón una ampliación de dicha publicación para que todos puedan ver el gráfico analizado.

En cuanto a la resolución de la consigna e), ¿Qué comportamiento presenta la gráfica? y ¿qué significa?, al momento de responder se generaron algunas dificultades, pero para ello los guíe a través de preguntas como: ¿qué es lo que está ocurriendo en ese período? ¿Qué pueden observar? O bien ¿Qué pueden interpretar con respecto a la variación del precio en dicho período?

Artículo 2: La propuesta de esta actividad es que, a partir de una nota periodística expresada en un lenguaje coloquial, establecer cuáles son las variables que intervienen y analizar su variabilidad.

Además de la posibilidad de analizar datos concretos sobre la problemática económica de Argentina a través de porcentajes y números, el artículo ofrece la oportunidad de conocer

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

otros indicadores y términos no muy comunes, que acercan al alumno a profundizar sobre las maneras en que se abordan estos temas y conceptos nuevos al respecto.

Artículo 3: El artículo seleccionado para trabajar en esta oportunidad se encuentra en un registro coloquial. En el mismo se analiza el comportamiento de diferentes variables, en relación a los salarios, la inflación y el reclamo de diversos gremios por un aumento de sueldos. Se trata de una problemática social actual que afecta a gran parte de la población, por lo que es interesante que los alumnos puedan analizar esta información.

Artículo 4: Este es el segundo artículo presentado en un registro gráfico. El mismo analiza la cotización del dólar durante los primeros 13 días del mes de agosto de 2019.

La intervención docente en este caso, estuvo relacionada con guiar a los alumnos a través de la repregunta, para que puedan determinar por sí solos a qué refiere el gráfico analizado. Uno de los datos de la representación señala “ayer”, sin referir la fecha claramente, lo que puede generar alguna confusión al responder las consignas. Para solucionar este inconveniente pregunté ¿Cuál fue la fecha de edición del artículo? Y de esta manera pudieron establecer a qué fecha se refiere cuando dice “ayer”.

Otra intervención docente se relaciona con la variación de los precios en una fecha establecida. El alumno pudo determinar este valor a partir de los valores máximos y mínimos dentro del lapso de tiempo que se considera en el gráfico y así poder especificar dicha variación.

La idea de esta actividad a partir de la selección de diferentes artículos periodísticos, es distinguir las variables en cada una de las publicaciones y la relación entre ellas.

En la puesta en común realice algunas preguntas:

¿Qué encuentran en común en los diferentes textos? ¿Cómo los podemos relacionar?

En esta oportunidad se esperó que el alumno pueda establecer que se está tratando de diferentes problemáticas sociales y que se relacionan a una problemática económica. Si bien existen diferentes períodos de tiempo para cada uno de los temas abordados, todos se pueden englobar en un conflicto vigente en la actualidad.

Además, a partir del análisis de artículos que abordan cuestiones relacionadas más con situaciones propias de la vida adulta, los alumnos tienen la posibilidad de acercarse a estas problemáticas y apropiarse de las mismas, a fin de que puedan comprender de manera más clara, situaciones complejas como la economía del país.

## Conclusión

El registro gráfico o registro coloquial brinda información acerca de un fenómeno que se quiere estudiar, ya que muestra cómo varían esas cantidades que analizamos. En particular, es muy útil cuando estudiamos como varía una relación con otra. Llamamos variables a estas dos cantidades.

Análisis y reflexión sobre la actividad: Me pareció una propuesta muy buena, actual. Los alumnos participaron activamente, se logró un muy buen intercambio de opiniones. Considero que podría ser una de las actividades que implementaría en posibles clases propias.

Esta actividad permite abordar una problemática actual, que nos afecta social y económicamente, de manera interdisciplinaria.



Imagen 5: Los alumnos debatiendo y la actividad propuesta

Imagen 6: Los alumnos realizando la actividad propuesta

### **Actividad 2: Seguimos analizando artículos periodísticos (Actividad como tarea)**

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada alumno una hoja con la consigna.

Objetivo: Analizar e identificar en la publicación las variables que son abordadas.

Consigna. Leer y analizar el siguiente artículo periodístico extraído del suplemento agropecuario “La Arena del campo” del diario “La Arena” el 24 de agosto de 2019.



Imagen 5: Fuerte caída en la demanda de leche <sup>9</sup>

A partir de la lectura del siguiente artículo periodístico responder las siguientes consignas:

- ¿De qué trata el texto?
- ¿Qué período de tiempo está analizando? ¿Cuánto disminuyó la venta en dicho período?
- ¿Cuáles fueron los rubros que más disminuyeron?
- ¿Qué crees que pudo haber influido en dicha caída?
- ¿Cuál fue el consumo en el 2018 y de cuánto se prevé que va a ser en el 2019?
- ¿Desde cuándo, según el texto, se viene observando dicha caída en el consumo de leche?

Posibles resoluciones de los alumnos:

- El texto aborda la caída en el consumo de leche.
- Se analiza el primer semestre del 2019, la cual disminuyó un 12% en productos elaborados y 9,1% de leche.
- Los rubros que mayor caída presentaron fueron los de mayor valor agregado, leches no refrigeradas, saborizadas, yogures, flanes, postres y quesos procesados.
- Creo que puede haber influido en dicha caída la pérdida del poder adquisitivo.
- El consumo de leche en el 2018 fue de 190 litros de leche por persona y en el 2019 se prevé que será de 182 litros por persona.
- Esta caída en el consumo de leche se viene registrando, según el texto, desde hace 5 años.

<sup>9</sup> Extraída del diario La Arena el 24 de agosto de 2019, pág. 16.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

### Actividad 3. Ayudemos a Juan

Objetivo: Identificar las variables que intervienen y clasificarlas a través de su dependencia.

Organización de los recursos/materiales: Se formaron grupos de 2 o 3 integrantes y se les entregó una botella deformada con polenta, un recipiente que simula la carga de un camión, un recipiente auxiliar, una balanza digital y una regla. Además, se les entregó una hoja con la consigna.

Consigna. Un silo de bolsa confeccionado de manera adecuada mide aproximadamente 60 m de largo y contiene aproximadamente 200.000 kg de maíz molido.



Imagen 6: Silo de bolsa deformado

Los camioneros acostumbrados a realizar cargas de cereal de estos recipientes miden aproximadamente 8,4 m y saben que en esas longitudes contienen la cantidad de kilos permitidos (28.000 kg) para poder circular legalmente por las rutas de nuestro país.

Juan fue a cargar a un campo y se encontró que no podía utilizar esa técnica ya que la bolsa donde se albergaba dicho cereal tenía una forma muy particular (deformada).



Imagen 7: Silo de bolsa deformado

Pensó como podría solucionar dicha situación. Midió el largo de la bolsa y obtuvo 57 m. ¿Cuántos metros de maíz molido almacenados en un silo de bolsa con estas características puede cargar el Juan sin exceder los kilos permitidos?

¡¡Ayudemos a Juan!!

La situación planteada anteriormente puede ser simulada a través de una botella deformada (silo de bolsa) y vasito (camión).

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

- a) Retirar de la botella simuladora la polenta utilizando el vasito simulador y completar la siguiente tabla:

Cantidad de recipientes retirados de la botella	0	1	2	3	4	5
Altura alcanzada (cm)	19					

Tabla 2: Cantidad de recipientes retirados de la botella y altura (en cm) alcanzada

- b) Si 19 cm del contenido de la botella equivalen 57 m del contenido del silo de bolsa deformado. ¿A cuántos metros equivale 1 cm?
- c) ¿Cuántos cm decreció el contenido de la botella en la 1° extracción? Si la extracción realizada equivale a 28.000 kg (carga permitida), ¿A cuántos metros de la bolsa equivale?
- d) ¿Cuántos camiones con 28.000 kg se pueden extraer de dicha bolsa? ¿Sobra cereal? ¿Cuántos camiones menos se extraen de una bolsa mal confeccionada?
- e) Si el recipiente representa 28.000 kg. ¿Podría calcular cuántos kg le sobran a la bolsa para completar un nuevo camión?

Posibles resoluciones de los alumnos.

Botella 1.																				
a)	<table border="1"> <tr> <td>Cantidad de recipientes retirados de la botella</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Altura alcanzada (cm)</td> <td>19</td> <td>15</td> <td>12</td> <td>8,5</td> <td>4,5</td> <td>1,5</td> </tr> </table>						Cantidad de recipientes retirados de la botella	0	1	2	3	4	5	Altura alcanzada (cm)	19	15	12	8,5	4,5	1,5
Cantidad de recipientes retirados de la botella	0	1	2	3	4	5														
Altura alcanzada (cm)	19	15	12	8,5	4,5	1,5														
Tabla 3: Cantidad de recipientes retirados de la botella y altura (en cm) alcanzada																				
b)	1 cm equivale a 3 m.																			
c)	El contenido de la botella decreció 4 cm en la primera extracción. Equivale a 12 metros.																			
d)	Se pueden extraer 4 camiones. Si sobra cereal. Se extraen 3 camiones menos.																			
e)	48 gramos de polenta equivalen 28.000 kg de maíz molido. 14 gramos de polenta 8.166 kg de maíz molido																			

Comentarios e intervenciones docentes:

Se formaron grupos de dos o tres integrantes y se les entregó una botella deformada que simula la bolsa en cuestión, un recipiente que simula el camión y un recipiente para ir volcando el contenido de cada extracción de la botella.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

En esta propuesta experimental se esperó que el alumno pueda distinguir las variables que intervienen en el experimento y clasificarlas en dependiente e independiente. Pero antes de ello, comenzamos a resolver las consignas, previa lectura en común.

Existieron diferentes respuestas ya que se presenta aproximadamente 10 botellas diferente que modelan la situación.

La primera consigna no presentó dificultades. Existieron diferentes registros de tabla dependiendo de la botella que le haya tocado al grupo.

En la segunda consigna era necesario que el alumno pudiera transferir la longitud simulada a la longitud real. Para ello le expresé la escala con la que estamos trabajando y de esta manera poder determinar dicha longitud real en función de la longitud simulada.

Para la consigna c) el alumno necesitó utilizar dicha escala para poder así calcular aproximadamente cuantos metros son necesarios para el llenado de un camión de 28.000kg. También en esta oportunidad existieron diferentes soluciones porque depende del decrecimiento de la botella en la primera extracción.

La propuesta del apartado d) es que de esta manera puedan determinar la cantidad de camiones con 28.000kg que se puedan extraer en cada una de las bolsas y así poder comparar la deficiencia que ocasiona la mala confección de un silo de bolsa.

Para la última consigna se pretendió que el alumno vuelva a utilizar la escala y establecer así la cantidad de maíz molido sobrante en la bolsa. Para ello fue necesario que pesen el vasito con el contenido sobrante de la bolsa y pesen el contenido de un vasito lleno y que ellos establecieran la equivalencia en esta ocasión.

Una vez finalizada las consignas les propuse a los alumnos revisar la tabla en donde habíamos volcado los datos de cada extracción de la botella y le realicé las siguientes preguntas:

¿Cuáles son las variables que intervienen en dicha tabla? ¿Qué las relaciona? ¿De qué depende la variación de la altura del contenido de cada botella? ¿Siempre es igual el decrecimiento de la altura?

Como dije anteriormente existieron 10 botellas con diferentes deformaciones y de esta manera se presentaron diferentes decrecimientos entre las diferentes extracciones y entre las distintas botellas. De esta manera podremos decir que el decrecimiento no va a ser proporcional.

## Conclusiones

Producciones de los alumnos.

En la actividad anterior la tabla muestra como varía la altura alcanzada por el producto en función de la cantidad de recipientes extraídos.

Como la altura depende de la cantidad de recipientes retirados, la llamamos variable dependiente, y la cantidad de recipientes, variable independiente.

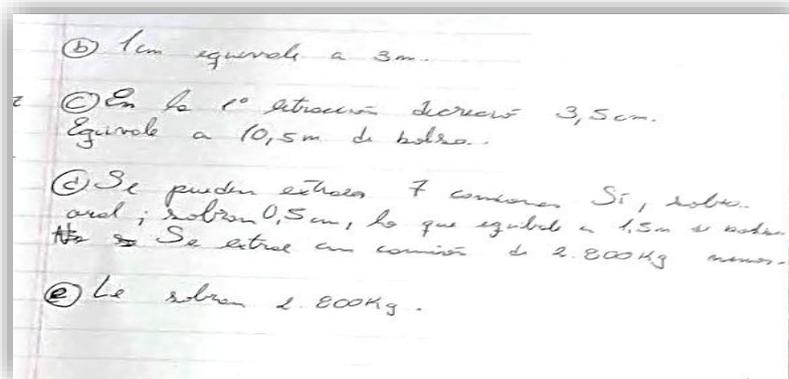


Imagen 8: Resolución de uno de los grupos de la consigna b), c), d) y e) de la actividad 3

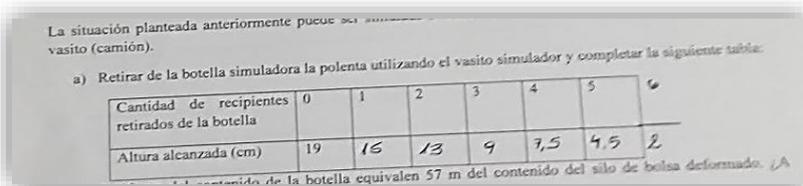
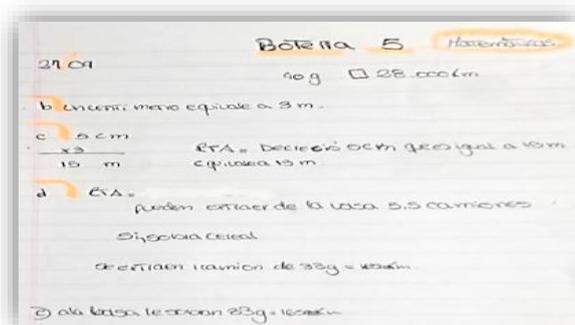


Imagen 9: Resolución de uno de los grupos de la consigna a) de la actividad 3



Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Imagen 10: Resolución de uno de los grupos de la consigna b), c), d) y e) de la actividad 3

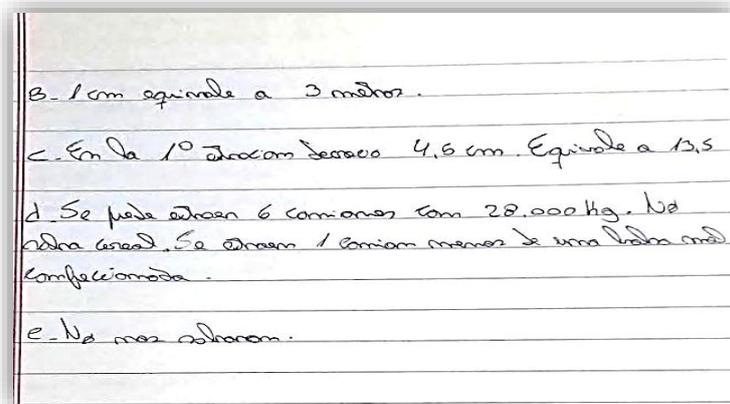


Imagen 11: Resolución de uno de los grupos de la consigna b), c), d) y e) de la actividad 3

Análisis y reflexión sobre la actividad:

Esta actividad me pareció muy interesante, se logró muy buena participación de los alumnos. Se lograron perfectamente los objetivos propuestos. La volvería a utilizar.



Imagen 12: Alumno calculando la altura del contenido después de realizar la primera extracción

Imagen 13: Alumno realizando la primera extracción



Imagen 14: Alumno realizando extracciones de la botella.



Imagen 15: Calculando el peso del sobrante de la botella

#### **Actividad 4. El nivel de agua de un río (Actividad de tarea)**

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada uno de los alumnos una hoja con la consigna bajo la leyenda “Actividad como tarea”.

Objetivo: Revisar y afianzar lo trabajado en clase anteriormente.

Consigna:

Un geólogo midió el nivel del agua de un río durante 12 horas utilizando un dispositivo que calcula el nivel de agua del río en cada instante desde que se enciende. El geólogo registró la información cada hora y realizó esta tabla.

Tiempo (en horas)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nivel de agua (en m)	2	1,5	2	2	2	1,5	3,5	4	3,5	3	2,5	2	2

Tabla 4: Nivel del agua (en metros) en función del tiempo (en horas)

- ¿Cuál fue el nivel de agua a las 3 horas de haber prendido el dispositivo? ¿Y a las 5 horas? ¿Y a las 9 horas?
- ¿En qué hora el dispositivo marcó un nivel de agua de 3,5 metros?
- En las 12 horas que estuvo prendido el dispositivo, ¿cuál fue el nivel máximo del agua?

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

d) Durante las 12 horas que estuvo prendido el dispositivo se produjo un fuerte chaparrón. ¿Podes deducir, aproximadamente, cuando fue? ¿Cuánto tiempo duró, aproximadamente, ese chaparrón?

Posibles resoluciones de los alumnos.

- a) El nivel de agua a las 3 horas de haber prendido el dispositivo era de 2 m, a las 5 horas era de 1,5 m y a las 9 horas era de 3 m.
- b) A las 6 horas el dispositivo marcó un nivel de agua de 3,5 metros.
- c) El nivel máximo de agua registrado fue de 4 m.
- d) Desde las 6 a las 10 horas. Duró 4 horas.

Análisis y reflexión de la actividad:

Me pareció una actividad adecuada como tarea, no se presentaron dificultades a la hora de realizar las correcciones en el pizarrón.

### Actividad 5. El recorrido de Sofía

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada uno de los alumnos una hoja con la consigna, y en grupos de dos o tres integrantes comenzaron a resolverlas.

Objetivo: Analizar la información que otorgan la gráfica y establecer la diferencia entre distancia de Sofía a la casa y trayectoria realizada por la misma.

Consigna. Sofía fue en bicicleta desde su casa hasta la verdulería que está sobre la misma calle. El grafico muestra la distancia de Sofía a su casa en función del tiempo transcurrido desde que salió.



Gráfico 1: Distancia recorrida por Sofía en función del tiempo

Responder las siguientes preguntas:

- ¿A qué distancia estaba Sofía a los 2 minutos de haber salido de su casa? ¿Y a los 6 minutos? ¿Y a los 16 minutos?
- ¿Cuánto tiempo transcurrió desde que Sofía salió de su casa hasta que estuvo a 400 metros? ¿Y a los 300 metros?
- ¿A qué distancia de la casa queda la verdulería?
- Tanto a la ida como a la vuelta, Sofía tuvo que esperar a que el semáforo se pusiera en verde. ¿Se puede saber a qué distancia está el semáforo de su casa?
- ¿Cuánto tiempo esperó en el semáforo a la ida? ¿Y a la vuelta?
- ¿Cuánto tiempo tardó Sofía en hacer las compras?
- ¿Se puede saber a cuántos metros/ minuto andaba Sofía si siempre pedaleó a la misma velocidad?
- ¿Cuánto tiempo transcurrió desde que Sofía salió de la verdulería hasta que estuvo a 350 metros de su casa?
- ¿Cuánto tiempo le llevó a Sofía recorrer 600 metros? ¿Y 800 metros?

Posibles resoluciones de los alumnos:

- Estaba a 200 metros a los 2 minutos de salir. Los 6 minutos estaba a 300 metros y a los 16 minutos estaba a 400 metros de la casa.
- Transcurrieron 6 minutos hasta que Sofía estuvo a 400 metros. Y tardó 3 minutos hasta estar a 300 metros.
- La verdulería queda a 500 metros de su casa.
- El semáforo está a 300 metros de su casa.
- A la ida esperó 2 minutos y a la vuelta esperó 1 minuto.
- Sofía tardó en hacer las compras 8 minutos.

g)

- Si no se considera el tiempo que está detenida:

$$\frac{500 \text{ metros}}{5 \text{ minutos}} = 100 \text{ metros/minuto}$$

- Si se considera el tiempo que está detenida:

$$\frac{1000 \text{ metros}}{21 \text{ minutos}} = 47,6 \text{ metros/minutos}$$

h)

- Transcurrieron 1 minuto y medio.
- Transcurrieron 13 minutos y medio.

- Demora 16 minutos en recorrer 600 metros. Y demora 17 minutos en recorrer 800 metros.

#### Comentarios e intervenciones docentes:

La situación planteada en esta oportunidad se presentó a través de un registro gráfico y las variables que intervienen son la distancia (en metros), recorrida por Sofía en función del tiempo (en minutos). El alumno en esta ocasión, debió poder diferenciar entre la distancia y la trayectoria recorrida por Sofía.

Para las dos primeras preguntas del apartado a) no se presentaron dificultades, pero para la última, dice: “¿y a los 16 minutos?” fue necesario realizar un par de repreguntas “¿a qué distancia de la casa se encuentra a los 16 minutos? ¿qué ocurrió entre el minuto 7 y el minuto 15? ¿Qué está ocurriendo entonces en el minuto 16? El alumno debe poder decir que Sofía está en el camino de regreso y que lo que debe considerarse es la distancia desde ese punto a la casa (origen de coordenadas).

En la resolución del apartado b) no se presentó inconveniente, de todas maneras, se realizaron algunas preguntas: “¿Qué ocurrió entre el 3° minuto y el 5°? ¿Cuántos metros avanzo del recorrido? ¿Qué ocurrió? ¿Cuánto avanza entre los 3 y los 6 minutos? ¿Por qué avanzó tan poco en ese tiempo? ¿Estuvo detenida?”.

Para la consigna c), les fue fácil de reconocer el punto en donde está la verdulería porque es la distancia más lejana y luego empieza a regresar.

Al revisar el gráfico podemos observar que Sofía se detiene en tres momentos dos de ellos a una misma distancia del punto de partida, y durante el recorrido de “ida” y “vuelta” de la verdulería eso nos indicó que en ese lugar se encuentra el semáforo al que hace referencia en el apartado. La respuesta a las consignas d) y e) no va a presentar dificultad. Como ya dijimos anteriormente la distancia máxima recorrida por Sofía es la distancia desde su casa a la verdulería (500 metros), al observar en el gráfico podemos dar cuenta que al llegar a los 500 metros se encuentra unos minutos detenida (8 minutos), minutos que demoró en realizar la compra. La resolución del apartado f) no presentó dificultad.

En la resolución del apartado g) ocurrieron dos cosas, se consideró el tiempo que se encuentra detenida ya sea por el semáforo o por realizar las compras en la verdulería, y otros no lo consideraron. Para estas dos condiciones existieron dos resoluciones en donde los resultados difieren. Para el primer caso la velocidad fue de 100 metros/minuto y para el segundo, no habían considerado la distancia total recorrida por Sofía (1000 metros)

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

pero si el tiempo (21 minutos) y por tal motivo fue necesario realizar algunas preguntas: ¿Cuántos metros recorre Sofía en esos 21 minutos que demora en llegar a su casa después de realizar las compras? De esta manera se dieron cuenta que debían considerar los 1000 metros recorridos. Obteniendo así un resultado de 47,6 metros /minutos. Para realizar dicho calculo fue necesario revisar los cálculos a utilizar para dicha resolución. Para ello los guie como calcular la velocidad a través de los ejemplos:

- Si un auto marcha a 100 km/h, quiere decir que recorre 100 kilómetros en una hora.
- Si un ciclista pedalea en forma pareja y recorre 300 metros en 2 minutos, su velocidad es 150 metros/ minutos.

Para la consigna h) los alumnos tuvieron que tener en cuenta que el tiempo que está solicitando es medido desde que salió de la verdulería hasta que se encuentra a una distancia de 350 metros de la casa (camino de regreso).

Para la respuesta de la consigna i): “¿Cuánto tiempo le llevó a Sofía en recorrer 600 metros? ¿Y 800 metros?” les realice las siguientes preguntas “¿A qué distancia se encontraba la verdulería? ¿cómo puede ser entonces que haya recorrido 600 metros? En esta oportunidad fue necesario que el alumno pueda distinguir entre lo que le solicita la consigna y la información que le otorga el grafico. En esta resolución fue necesario considerar la distancia recorrida y no la distancia entre Sofía y su casa. Una forma visualizar esta diferencia, el alumno, realizo un bosquejo de la trayectoria y de esta manera se pudo distinguir que no se puede asociarla forma de la gráfica con el recorrido realizado por Sofía.

Las correcciones de dicha resolución se realizan en el pizarrón entre todos, y para ello contamos con una ampliación del grafico en donde analizamos cada una de las respuestas. En ese momento realizo un par de preguntas:

¿Qué significa que a los tres minutos se encuentre a 300 metros de su casa? ¿Y que a los 10 minutos se encuentre a los 500 metros de su casa?

¿Qué se están representando?

El alumno pudo afirmar que los datos anteriormente corresponden a puntos de la gráfica. Y de esta manera les indiqué como se los escribe matemáticamente.

## Conclusión

Este tipo de gráficos se organizan a partir de dos ejes coordenados y perpendiculares. El eje horizontal se llama eje de las abscisas o eje x, y el eje vertical se llama eje de las ordenadas o eje y.

Algunas de sus características son:

En la intersección de los ejes tiene que estar el valor 0 de las dos variables.

Los valores de los ejes tienen que estar ordenados de izquierda a derecha en el eje x, y de abajo hacia arriba en el eje y.

Una vez elegido el segmento unidad en cada eje, este tiene que respetarse para todos los valores de ese eje.

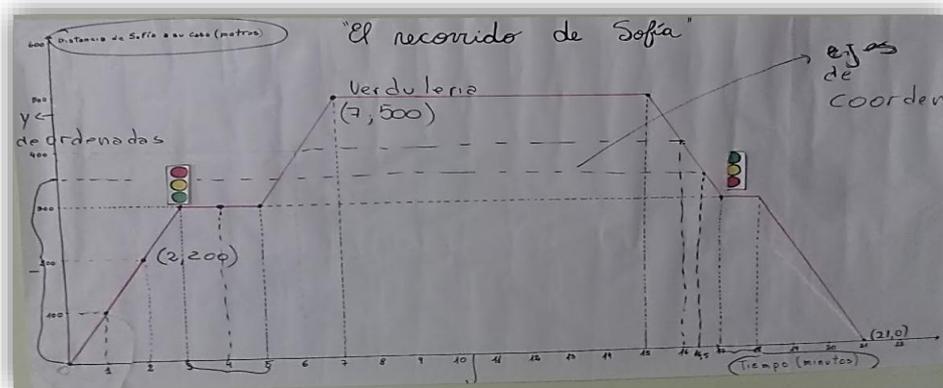
Estos ejes se llaman ejes coordenados o eje de coordenadas o ejes cartesianos.

Para identificar un punto P del plano se utilizan sus coordenadas cartesianas, que se anotan en forma de par ordenado así:  $P = (x; y)$

Donde x es la abscisa e y es la ordenada. Representan el desplazamiento sobre el eje horizontal (eje de las abscisas) y el desplazamiento sobre el eje vertical (eje de las ordenadas) respecto del centro de coordenadas respectivamente.

## Análisis y reflexión sobre la actividad:

Esta actividad resultó muy interesante, se logró mucha participación por parte de los alumnos, contar con un gráfico similar al de los alumnos pegado en el pizarrón sirvió de gran ayuda. Con esta actividad pudimos relacionar distintos elementos que componen un eje de coordenadas.



Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Imagen 16: Gráfico utilizado en clase para representar el recorrido de Sofía.

Debido a que los alumnos no realizaron demasiados apuntes o notas de las conclusiones abordadas por esta actividad, en la clase siguiente se retoma la propuesta y se les entrega el siguiente apunte:

**Para Recordar:**

Este tipo de gráficos se organizan a partir de dos ejes coordenados y perpendiculares. El eje horizontal se llama eje de las abscisas o eje x, y el eje vertical se llama eje de las ordenadas o eje y.

Algunas de sus características son:

- En la intersección de los ejes tiene que estar el valor 0 de las dos variables.
- Los valores de los ejes tienen que estar ordenados de izquierda a derecha en el eje x, y de abajo hacia arriba en el eje y.
- Una vez elegido el segmento unidad en cada eje, este tiene que respetarse para todos los valores de ese eje.

Estos ejes se llaman ejes coordenados o eje de coordenadas o ejes cartesianos.

Para identificar un punto P del plano se utilizan sus coordenadas cartesianas, que se anotan en forma de par ordenado así:  $P = (x; y)$

Donde x es la primera componente y la segunda. La primera componente (x) se en el eje de las abscisas, y la segunda (y) en el eje de las ordenadas.

Al trazar perpendiculares de cada uno de los ejes desde esos puntos, las líneas resultantes se intersecan en un punto que es el lugar buscado.

Ejemplo:

Si se quiere representar el par ordenado A= (2;3). La primera componente es 2, se localiza en el eje de las abscisas y la segunda componente es 3, se localiza en el eje de las ordenadas; al trazar la perpendicular de los ejes coordenados desde esos puntos se encuentra su intersección que es la coordenada A=(2; 3).

Imagen 17: Material entregado a los alumnos como apunte de lo abordado anteriormente.

### Actividad 6. “Dosis de medicamento según el peso” (actividad como tarea)

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó al cada uno de los alumnos una hoja con la consiga bajo la leyenda “Actividad como tarea”.

Objetivo: Revisar, afianzar contenidos trabajados en clase.

Consigna. En las instrucciones de un medicamento hay un gráfico que relaciona la dosis, en milímetros, con el peso de la persona, en kilogramos.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

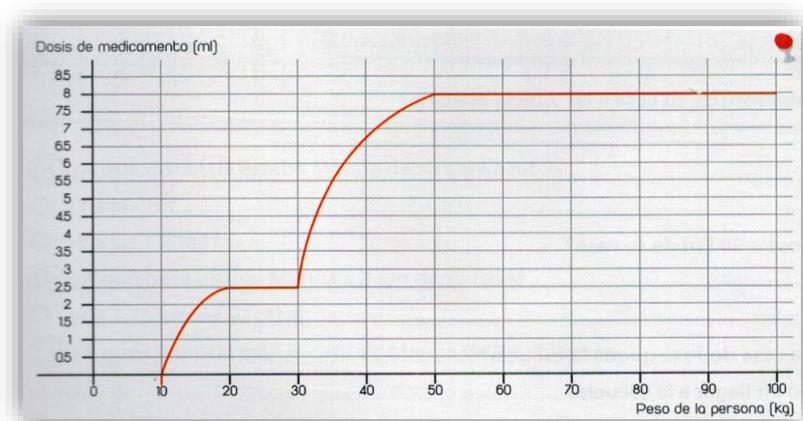


Imagen 18: Dosis de medicamento (ml) en función del peso de la persona (kg)<sup>10</sup>

- Si la persona pesa 30 kg, ¿qué dosis le corresponde? ¿Y si pesa 70 kg?
- Un doctor le recetó una dosis de 4,5 ml a un paciente. ¿Cuánto pesaba? ¿Y si le recetó 6ml?
- ¿Pueden tomar este medicamento los bebés?
- ¿Cuál es la dosis máxima para este medicamento? ¿cuánto debe pesar una persona para tomar esa dosis?

Posibles respuestas de los alumnos:

- Si una persona pesa 30kg la dosis correspondiente es de 25 ml. Y si pesa 70 kg la dosis correspondiente es de 8ml.
- Si el doctor le receto 4,5 ml de medicamento a un paciente entonces pesa, aproximadamente, 32 kg. Y si le receto 6 ml, entonces pesa 38 kg aproximadamente.
- No, debe tener un peso superior a los 10 kg.
- La dosis máxima para este medicamento es de 8 ml y debe pesar 50 kg o más.

Análisis y reflexión de la actividad:

Considero que fue una buena propuesta la actividad ya que cumplió con los objetivos previstos. Esta fue revisada en el pizarrón logrando así una muy buena participación de los alumnos.

<sup>10</sup> Imagen extraída del libro Hacer Matemática 7/1 de Carmen Sessa, pág. 175.

**Actividad 7. Ahora graficamos la altura alcanzada por la polenta según la cantidad de recipientes que retiramos. (Actividad entregable)**

Objetivo: Transformar una función del registro en tablas a uno gráfico considerando las variables independiente y dependiente. Realizando un par de ejes de coordenados apropiados para dicha representación.

Consigna. A partir de la confección de la actividad 3, realizar una gráfica que relaciona la altura alcanzada por la polenta en la botella en función de la cantidad de recipientes retirados.

Posibles resoluciones de los alumnos:

Botella 1:

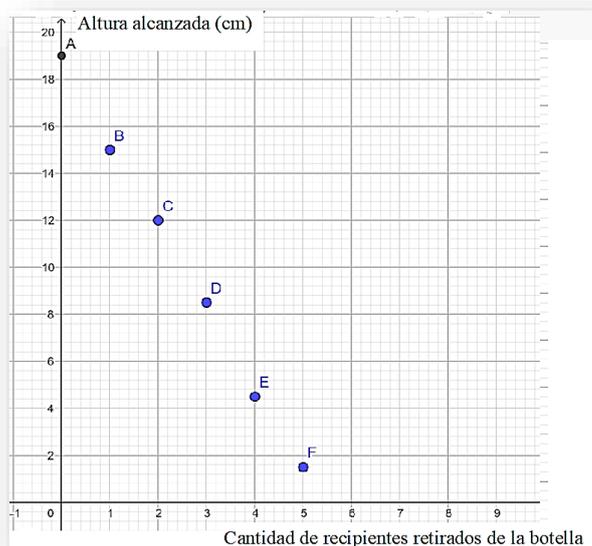


Gráfico 2: Altura alcanzada (cm) de polenta en función de la cantidad de recipientes retirados

Comentarios e intervenciones docentes:

La propuesta de esta actividad es que el alumno pueda transformar la función expresada a través de un registro de tabla a uno gráfico.

Esta actividad fue prevista como una actividad entregable ya que es importante revisar y advertir, si fuera necesario, la confección y/o trazado de ejes coordenados, las escalas utilizadas y también la correcta ubicación de los puntos.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Como existieron una amplia cantidad de gráficos (10 botellas de la actividad 3) fue necesario revisar uno por uno y advertir al alumno, si fuera necesario, posibles errores en su confección.

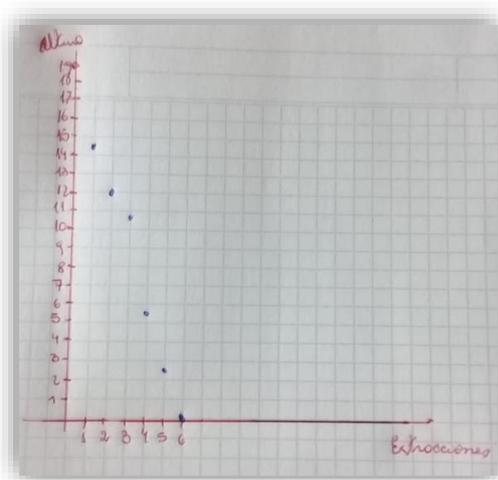
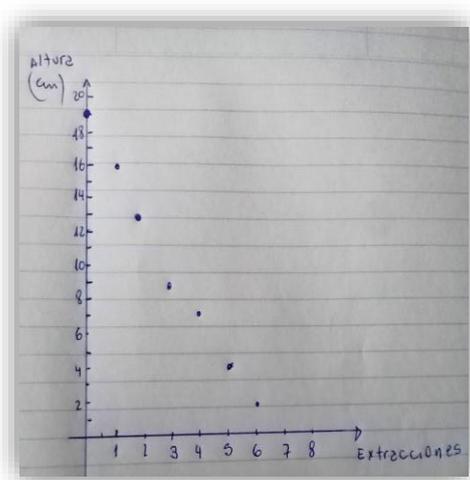
### Conclusión

En está grafica nos permite visualizar la relación que existe entre dos variables, cada una de las cuales se representa en uno de los ejes.

El eje de las abscisas o eje  $x$  se representa la cantidad de recipientes utilizados, que es la variable independiente y en el eje de ordenadas la altura alcanzada por el producto en la botella, que es la variable dependiente.

Los puntos  $(x, y)$  representados en los ejes de coordenadas son los  $x$  que representan la cantidad de recipientes incorporados en la botella y los  $y$  que representa la altura alcanzada por el producto cuando se incorporaron  $x$  cantidades de recipientes.

Producciones de los alumnos:



Imágenes 19 y 20: Gráficos altura alcanzados (cm) por el producto en función de la cantidad de recipientes extraídos

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Análisis y reflexión de esta actividad:

Me pareció una buena propuesta, considero también que su implementación fue en el momento adecuado. Esta actividad inicialmente fue prevista como entregable con el fin de realizar las correcciones necesarias. Pero se pudo trabajar muy bien en la clase, revisando cada uno de las producciones, logrando así, una entrega con la actividad correctamente realizada.

### **Actividad 8. ¿Cuánto calzo y cuánto mido?**

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada alumno una copia con las consignas de la actividad.

Objetivo: Determinar aquellas relaciones que no son funciones

Consigna:

Realizamos la actividad entre todos:

- Anotar en el pizarrón cuanto calza cada uno y cuál es su altura. Organizar los datos en una tabla con dos columnas: en una se anotan los números de calzados y en otra la altura. Los dos datos de cada alumno tienen que quedar en la misma fila.
- Realizar en su carpeta un gráfico cartesiano con esos valores, ubicando el número de calzado en el eje x y la altura correspondiente en el eje y.
- Si se sabe cuánto calza un chico o una chica, ¿se puede determinar cuánto mide?

Posibles resoluciones de los alumnos:

a)

Alumno	N° de calzado	Altura
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

**Tabla 5:** Número de calzado- altura

- b) Realizar el gráfico después de completar dicha tabla.
- c) No, no es posible saber cuánto mido si se cuánto calzo.

Comentarios e intervenciones docentes:

Se pegó en una de las paredes del aula una cinta apropiada para realizar mediciones de aquellos alumnos que no recordaban su altura y de esta manera pudieron completar los datos requeridos por el apartado a).

Los alumnos fueron pasando al pizarrón y anotando sus propios datos en la tabla.

Después de organizar los datos de la tabla les realice las siguientes preguntas:

“¿Cuáles solos valores máximos y mínimos de cada una de las variables?

¿Qué tipo de números debo representar en cada uno de los ejes? ¿Cómo podemos ordenar dichos valores? ¿Cuál sería la escala adecuada para dicha representación? ¿En qué unidades vamos a representar la altura de los estudiantes?

¿Me interesan valores menores al mínimo y mayor máximo para la variable “número de calzado? ¿Me interesan valores menores al mínimo y mayor al máximo de la variable “altura”?”.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Después de haber respondido cada una de las preguntas en conjunto, armamos los ejes de coordenadas apropiados para dicha representación. Se realizaron recortes de las variables entre los valores menores al mínimo y mayores al máximo para cada una de ellas.

Una vez construido dicho eje de coordenadas, comenzamos a representar los puntos formado a través de los valores obtenidos por ambas variables. Cada punto va a estar formado por número de calzado y altura de cada uno de los alumnos del curso.

Ocurrió, que para un número de calzados existan más de una altura posible. De esta manera podemos decir que saber cuánto calza una persona no me garantiza que pueda saber cuál es su altura.

Como no sabía que valores podían llegar a aparecer en la tabla confeccionada con los datos reales de los integrantes del curso, realice en un papel afiche una pequeña tabla con datos en donde existieran dos o más personas con un mismo número de calzado y diferente altura:

Alumno	N° de calzado	Altura
1	37	1,45
2	39	1,65
3	38	1,70
4	38	1,68
5	39	1,70
6	40	1,85
7	42	1,77
8	41	1,75
9	42	1,78
10	39	1,68
11	37	1,60

Tabla 6: Número de calzado- altura con valores de la propuesta en el aula

No fue necesario utilizar la tabla con datos que no eran los del curso, para poder visualizar que esta relación no era función.

A partir de la revisión de los datos de las tablas se retomó la definición de función y la de relación.

## Conclusión

Si en una relación entre dos variables, a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente, esa relación se llama función.

### Análisis y reflexión de la actividad:

Considero que fue una actividad apropiada para el objetivo previsto. En general se observó muy buena predisposición por parte de los alumnos.

La intervención realizada por la titular del aula ayudó mucho a ejemplificar la justificación de porque no era una función.

La docente le pregunto: Si yo me saco mi calzado que es número 39, ¿lo puede usar alguien más que yo? ¿A quién o quienes le anda?, ¿tenemos la misma altura?

Quiere decir que para un mismo número de calzado hay más de una persona que lo puede usar y no tiene nada que ver cuánto mida. Para un mismo número de calzado hay alturas diferentes.

Alumno	Nº de Calzado	Altura (cm)
1	40	168
2	39	165 cm
3	38	158
4	42	170
5	37	162
6	37	156
7	39	165
8	36	155
9	42	182
10	41	172
11	37	164
12	40	180
13	38	158
14	39	178
15	39	160
16	40	165

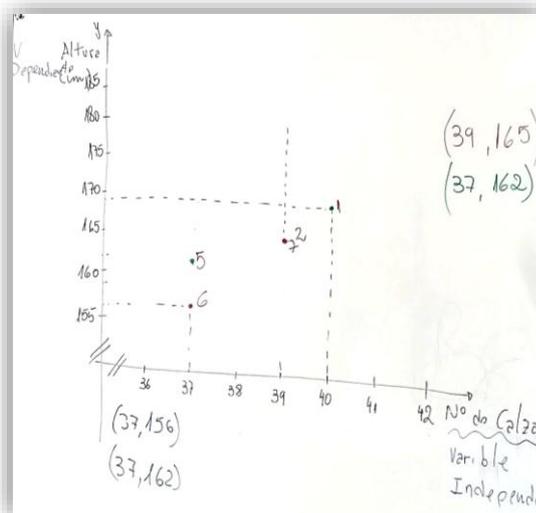


Imagen 21: Número de calzado – altura (datos expresados en la pizarra del curso)

Imagen 22: Gráficos número de calzado y altura

### Actividad 9. Comparando talla y pesos de un bebe recién nacido

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada alumno una hoja con la consigna.

Objetivo: Poder distinguir si se trata de una función o no según los datos planteados a través de un registro en tabla.

Consigna. Esta tabla registra el peso y la talla de los bebés nacidos el día 8 de abril de 2016 en una maternidad.

	Lola	Fede	Benja	Luca	Ámbar	Luz	José	León	Nina	Flor	Marcos
Talla (en cm)	47	47,5	48	48	49	51	51,5	53	53	54	57
Peso (en gr)	2.550	2.400	2.900	3.050	3.200	3.450	3.300	3.400	3.650	3.500	

Tabla 7: Talla y peso de un niño recién nacido

- ¿Cuál fue el peso de Luca al nacer? ¿Qué bebé pesó menos al nacer?
- ¿Cuál fue la talla de León? ¿Qué bebé midió menos?
- Desde la maternidad realizaron un gráfico que representaba la talla y el peso de los niños al nacer. Dichas variables estaban ubicadas de la siguiente manera: la talla sobre el eje x y el peso en el eje y. Este grafico fue extraviado por dicho personal, ¿me ayudarías a volverá confeccionarlo?
- El último dato de la tabla correspondiente al peso de Marcos fue borrado. ¿Podríamos saber cuál fue su peso si conocemos su talla?

Posibles resoluciones de los alumnos:

- El peso de Luca al nacer 3.050 g. El bebé que menos peso al nacer es Fede.
- La talla de Fede al nacer es de 47,5. El bebé con menor talla al nacer fue Lola y midió 47 cm.

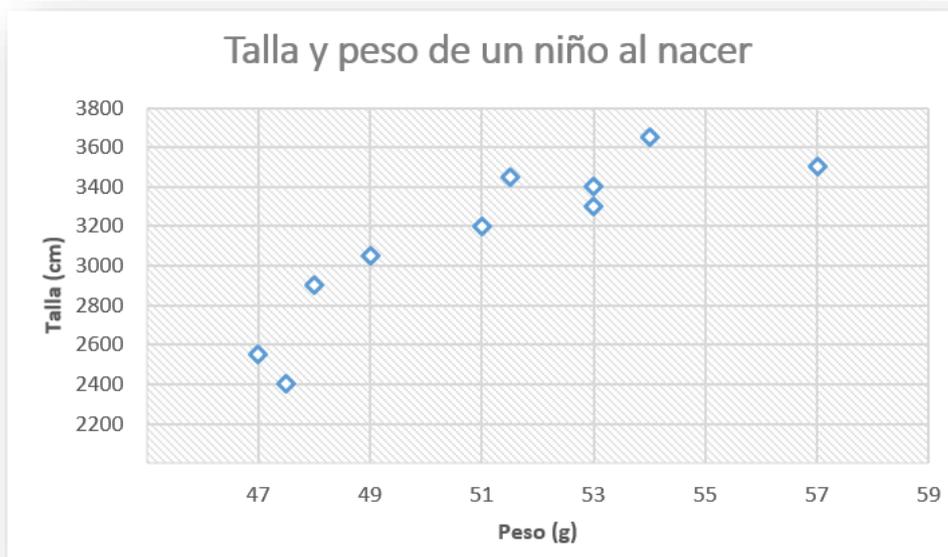


Gráfico 3: Talla y peso de un niño al nacer

c) No, no es posible saber el peso de un bebé si se sabe su talla.

Comentarios e intervenciones docentes.

En esta actividad se presentó relaciones a través de un registro de tabla entre peso y talla de un niño al nacer. Como se puede observar, dicha relación no es función.

Considero que la consigna a) y b) no presentaron dificultades para su resolución. En la consigna c), el alumno debió distinguir cual es la escala más apropiada para la confección de la gráfica solicitada. Para ello los guío realizando las siguientes preguntas:

“¿Entre que valores se encuentra la talla y el peso de los niños de la maternidad? ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos en cada una de las variables relacionadas?”

“¿Podríamos utilizar la técnica de la gráfica confeccionada en la actividad anterior?”

“¿Desde qué valor voy a empezar a considerar sobre el eje x?” “¿Y sobre el eje y?”

De esta manera el alumno puede realizar dicha grafica solicitada.

Al igual que las dos primeras consignas, la d), no presentó dificultades en su resolución.

Análisis y reflexión de la actividad:

Actividad sencilla que no presenta mayormente dificultades en donde se relaciona fácilmente con la actividad anterior. Podría ser una buena actividad como tarea. Creo que el momento de implementación fue el adecuado.

### **Actividad 10. Clasificando las relaciones que son funciones y las que no**

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó cada uno los alumnos una hoja con la consigna.

Objetivo: Clasificar relaciones en funciones y no función.

Consigna. Decidan si las siguientes relaciones entre variables son funciones o no.

- a) Tu altura en función del tiempo, desde que naciste hasta el día de hoy.
- b) Las leras del abecedario con la inicial del nombre de cada alumno del aula.
- c) Cada número con su mitad.

Posibles resoluciones de los alumnos:

- a) Si. Es porque en un mismo tiempo no puedo tener dos alturas diferentes.
- b) No. No es por ejemplo Martina, Milagros, Magali y Marcos comparten la misma letra de la inicial de sus nombres.
- c) Si es función. Cada número tiene un único número que es su mitad.

Comentarios e intervenciones docentes.

Esta actividad fue propuesta para que el alumno pueda establecer si las relaciones mencionadas en la consigna son o no funciones. Para ello fue necesario que el alumno tenga bien presente la definición de función que surge de la conclusión de una actividad presentada anteriormente: “Si en una relación entre dos variables, a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente, esa relación se llama función”.

Y a partir de allí comenzamos a pensar si para cada una de las variables acepta uno y solo un valor de la segunda variable.

Considero que una vez revisada dicha definición de función no se presentó dificultades para realizar la clasificación planteada como consigna, excepto la primera, quizás no fue el mejor ejemplo para dicha clasificación.

Conclusión

No toda relación es función, pero toda función es una relación. Las dos primeras relaciones son funciones mientras que la tercera no.

Análisis y reflexión de la actividad:

Considero que el apartado a) no es uno de los mejores ejemplos para clasificar en función o no. Los siguientes apartados no presentaron dificultades. Se trabajó en los diferentes registros trabajados en las actividades anteriores.

### **Actividad 11. La temperatura media**

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada alumno una hoja con la consigna en donde se exprese que es una actividad propuesta como tarea.

Objetivo: Transformar una función del registro en tablas a uno gráfico. Considerar los valores mínimos y máximos para cada una de las variables dependiente. Identificar el dominio e imagen.

Consigna. Las siguientes temperaturas corresponde al mes de julio y son recabadas dos veces al día por el INTA<sup>11</sup> Anguil en su centro experimental. Las mismas son obtenidas a 1,5 m del nivel del suelo y corresponden a la temperatura del aire.

Días del mes de julio	Temperatura Media (en °C)
1	5,7
2	10,6
3	6,2
4	2,5
5	1,2
6	6,1
7	6,5
8	6,7
9	6,0
10	6,9
11	7,6
12	7,7
13	6,1
14	7,4
15	7,4
16	9,2
17	10,4
18	8,5
19	6,5

<sup>11</sup> Información provista por el Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria (INTA).

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

20	7,6
21	13,0
22	6,7
23	3,9
24	5,3
25	7,0
26	6,7
27	7,1
28	8,6
29	10,1
30	15,4
31	9,1

Tabla 8: Temperaturas alcanzadas en julio del 2019

- ¿Cuál fue la temperatura media el 15 de julio? ¿Y el 20 de julio?
- ¿Cuándo la temperatura media fue de 2,5 °C? ¿Y cuando 6,5?
- Si la temperatura máxima del 24 de julio fue de 10,8. ¿De cuánto fue la temperatura mínima?
- ¿Cuáles son las variables que intervienen?
- ¿Cuál es la temperatura media máxima registrada en ese período? ¿En qué día se registró dicha temperatura?
- ¿Cuál fue la temperatura media mínima? ¿En qué día se registró dicha temperatura?

Posibles resoluciones de los alumnos:

- La temperatura media del 15 de julio fue de 7,4 °C y la temperatura media el 20 de julio fue de 7,6 °C.
- La temperatura media de 2,5 °C fue el 4 de julio. Y la temperatura media de 6,5 se registró en dos días en el mes de julio, el 19 y el 7.
- $$\frac{10,8 + x}{2} = 5,3$$

$$x = 5,3 \cdot 2 - 10,8$$

$$x = -0,2$$

La temperatura mínima fue de -0,2 °C.
- Las variables que intervienen son las temperaturas del aire en función de los días del mes de julio.
- La temperatura media máxima se registró el 30 de julio y fue de 15,4 °C.
- La temperatura media mínima se registró el 5 de julio y fue de 1,2 °C.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Comentarios e intervenciones docentes:

Esta actividad inicialmente fue prevista como una propuesta de tarea, pero en el momento de la implementación fue una actividad áulica.

En esta oportunidad la función se encuentra expresada en un registro a través de tablas.

Fue una actividad sencilla en donde la pudieron resolver en general fácilmente, no se presentaron grandes dificultades.

Se realizaron las correcciones en el pizarrón. Necesitaron ayuda en el apartado c).

Para dicha resolución realice algunas preguntas:

¿Qué quiere decir temperatura media? ¿si se dos temperaturas, la máxima y la mínima, como calculo la temperatura media? ¿Qué datos tengo y cuál es el que me falta? ¿Podría armar una ecuación? ¿Cómo?

Al finalizar las correcciones les realice las siguientes preguntas:

¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuáles son los posibles valores que puede tomar?

¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuáles son los valores que puede tomar dicha variable?

¿Cuál es el valor máximo y mínimo para dicha variable?

¿Entre que valores está definida la función?

Una vez revisada estas preguntas y respuestas definimos dominio e imagen de una función.

Comentarios:

El conjunto de todos los valores de la variable independiente se denomina dominio de la función y el conjunto de todos los valores de la variable dependiente se llama conjunto imagen.

Análisis y reflexión de la actividad:

Considero que es una actividad que se podría utilizar como tarea y es apropiada para poder institucionalizar dominio e imagen de una función.

Se observó una buena predisposición por parte de los alumnos para su resolución.

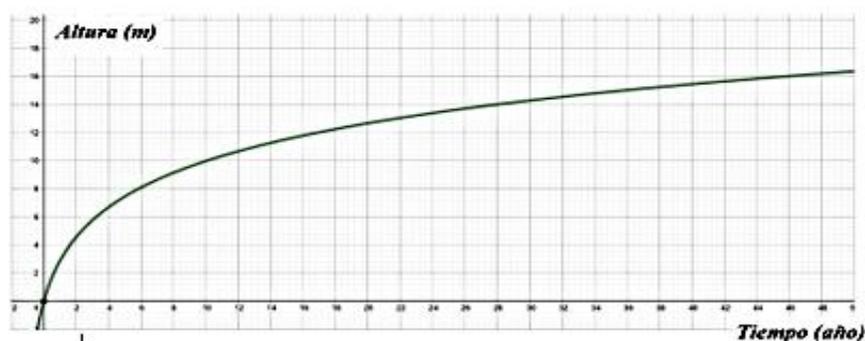
En esta actividad se retoma el tema ecuaciones abordado anteriormente con la profesora titular de la cátedra.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

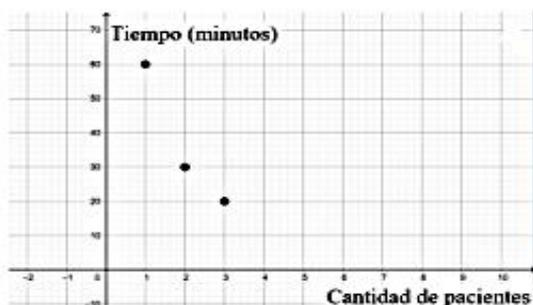
A continuación, se le entrego el siguiente trabajo práctico con el objetivo de afianzar saberes y procedimientos en nuevas propuestas:

**Trabajo Práctico:**

- 1) En nuestro país “el plátano común” es un árbol que se planta, frecuentemente, en un parque público. La siguiente gráfica nos muestra la altura de este tipo de árbol a lo largo de su vida:



- ¿Cuánto mide un plátano de 10 años? ¿Y uno de 40 años?
  - Si en un parque los plátanos miden, aproximadamente, 16 metros, ¿Cuánto tiempo hace que los han plantado?
  - ¿A cuánto tiende, aproximadamente, la altura media de estos árboles?
- 2) Un médico dispone de una hora diaria para consultas. El tiempo que podría dedicar, por término medio, a cada paciente, depende del número de ellos que acuerdan: 1 paciente → 60 minutos, 2 pacientes → 30 minutos, 3 paciente → 20 minutos... Así sucesivamente
- Completa la gráfica en tu cuaderno.



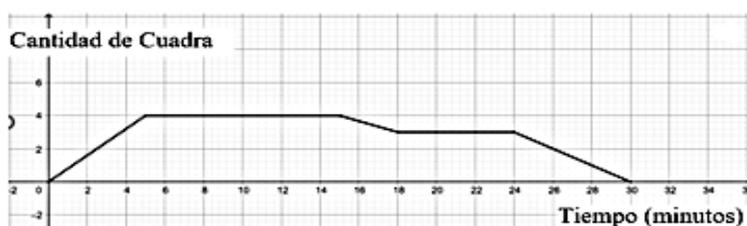
- ¿Cómo es la variable independiente, continua o discontinua?
- Si el número de pacientes que acuden a su consulta aumentara independientemente, ¿a cuánto tendería el tiempo que le puede dedicar a cada uno?

3) Analicen la siguiente situación:

Enrique sale de su casa y se dirige hacia el almacén, compra un paquete de yerba y luego retoma el camino hacia su casa, cuando pasa por el quiosco se detiene a comprar un chocolate, y luego vuelve a su casa.

Imagen 23: Primera página del trabajo práctico

El siguiente gráfico representa la cantidad de cuadras recorridas por Enrique en función de los minutos que estuvo fuera de su casa.

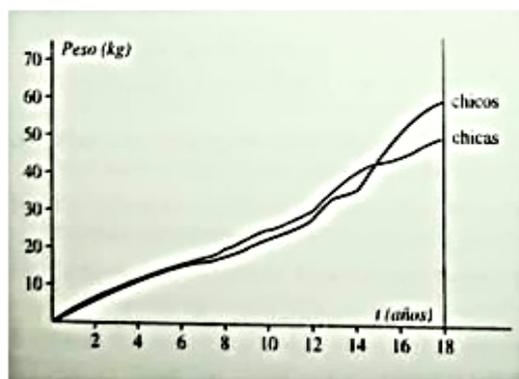


Respondan las siguientes preguntas:

- ¿Durante cuánto tiempo Enrique estuvo fuera de su casa?
  - ¿A cuántas cuadras le queda el negocio que está más lejos de su casa?
  - ¿Cuánto tiempo estuvo en el almacén?
  - ¿Cuántas cuadras hay entre el almacén y el kiosco?
- 4) La siguiente tabla recoge la media del perímetro del cráneo de un niño durante los primeros meses de vida:

Tiempo en meses	0	3	6	9	12	15	21	27	33
Perímetro en cm	34	40	42	44	45	46	47	48	49

- Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada.
  - ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño?
  - ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?
- 5) Estas gráficas nos muestran el peso medio de los chicos y las chicas desde que nacen hasta los 18 años.



- ¿Qué variables relaciona la gráfica? ¿Qué unidades utiliza?
- ¿En qué época de su vida los chicos ganan más peso? ¿Y las chicas?
- ¿qué significan los puntos de intersección?
- Comentar la gráfica relacionándolas.

Imagen 24: Segunda página del trabajo práctico

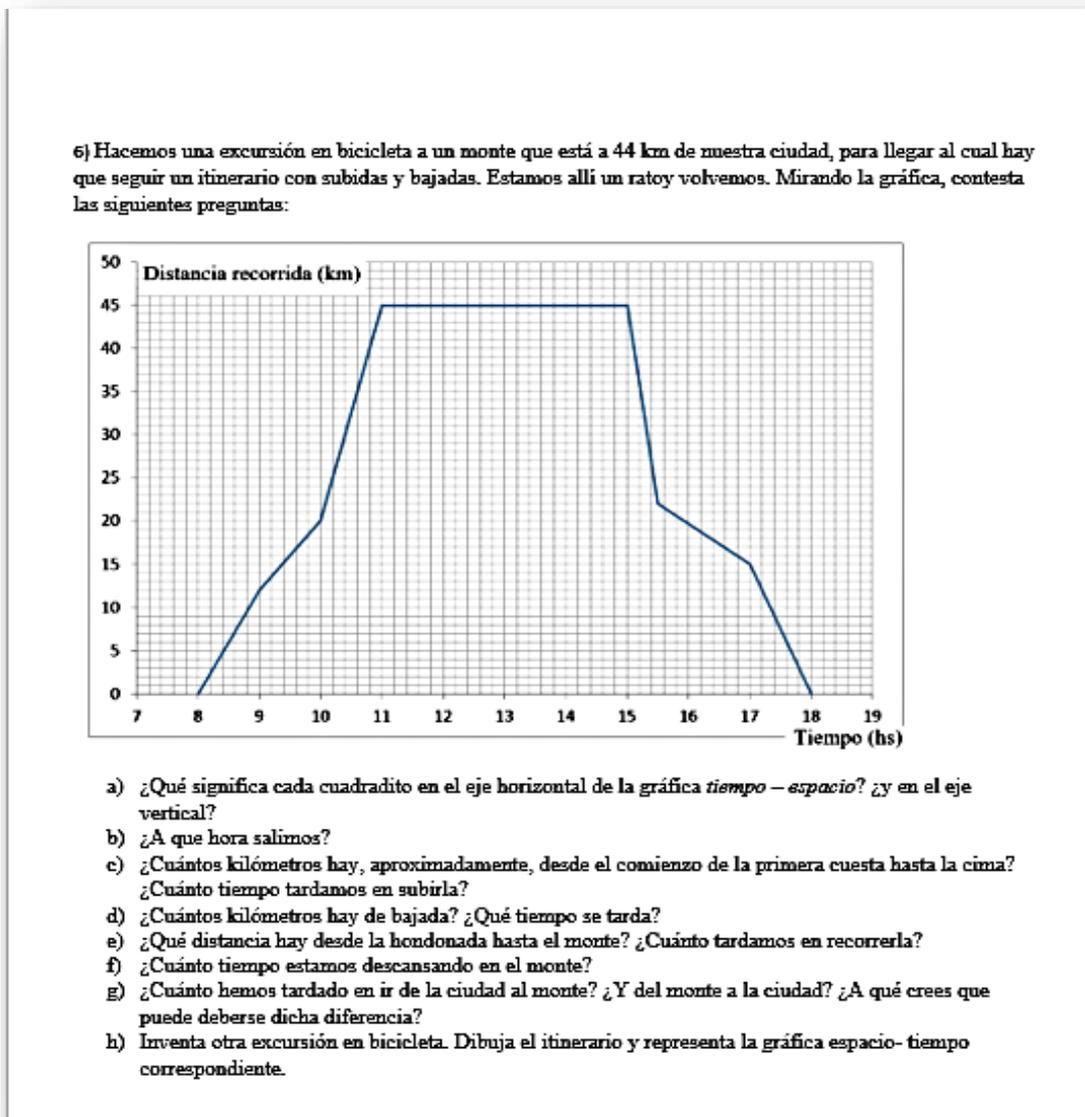


Imagen 25: Tercera hoja del trabajo práctico

### Actividad 12. Le sacamos el agua a una pecera

Organización de los recursos/materiales: Se formaron dos grupos de aproximadamente 12 integrantes. Se le entregó a cada grupo un recipiente con 9 litros de agua, una manguera

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

conectada a una bomba eléctrica, un bidón con 2 litros de agua, un bidón auxiliar, una jarra medidora y una hoja con las consignas.

Objetivo: Encontrar la fórmula que representa la cantidad de agua que contiene cada recipiente en función del tiempo y compararlas que surge de la construcción del registro mediante tablas. Clasificar las funciones en creciente y decreciente.

Consigna. Se quiere extraer de una pecera amurada a una mesa los 9 litros de agua que contiene y para ello se utilizara una bomba conectada a una manguera. De esta manera se transportará el contenido del agua de la pecera a un bidón con 2 litros de agua.

a) Completar las siguientes tablas.

Tiempo (minutos)	Cantidad de Agua que transporta la bomba (litros)
1	
2	
3	
4	

Tabla 9: Cantidad de agua (en litros) transportada por la bomba en función del tiempo (minutos)

b) ¿Cuántos litros de agua transporta en un minuto? ¿Y en 2 minutos?

c) Calcular el ritmo en que se transporta el agua.

d) Completar las siguientes tablas:

Pecera

Tiempo (minutos)	Cantidad de Agua que contiene la pecera (litros)
0	
1	
2	
3	
4	

Tabla 10: Cantidad de agua (en litros) que contiene la pecera en función del tiempo (minutos)

Bidón

Tiempo (minutos)	Cantidad de Agua que contiene el bidón (litros)
0	
1	
2	
3	
4	

Tabla 11: Cantidad de agua (en litros) que contiene el bidón en función del tiempo (minutos)

¿Cuántos litros de agua tienen ambos recipientes al minuto de realizar el traspaso de agua? ¿Y a los 3 minutos?

- e) ¿Hay alguna fórmula que me permite determinar el contenido de cada recipiente en función del tiempo? En el caso que sí, ¿cuál?
- f) ¿Qué similitudes y diferencias puedes establecer entre ambas fórmulas?
- g) Realizar un gráfico correspondiente a cada una de las situaciones.
- h) ¿Cuál es el dominio y la imagen de cada una de las funciones encontradas?

Posibles resoluciones de los alumnos:

Grupo 1:

a)

Tiempo (minutos)	Cantidad de Agua que transporta la bomba (litros)
1	1,45
2	1,45
3	1,45
4	1,45

Tabla 12: Cantidad de agua (en litros) transportada por la bomba en función del tiempo (minutos)

- b) En el primer y segundo minuto transporta 1,45 litros.
- c) El ritmo es de 1,45 litros por minuto.
- d) Completar las siguientes tablas:

Pecera

Tiempo (minutos)	Cantidad de Agua que contiene la pecera (litros)

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

0	9
1	7,55
2	6,10
3	4,65
4	3,20

Tabla 13: Cantidad de agua (en litros) que contiene la pecera en función del tiempo (minutos)

Bidón

Tiempo (minutos)	Cantidad de Agua que contiene el bidón (litros)
0	2
1	3,45
2	4,9
3	6,35
4	7,8

Tabla 14: Cantidad de agua (en litros) que contiene la pecera en función del tiempo (minutos)

e) La pecera contiene 7,55 litros y el bidón contiene 3,45. A los 3 minutos la pecera contiene 4,65 y el bidón 6,35

f) Si. La fórmula que me permite representar la cantidad de agua en la pecera en función del tiempo es:  $y=9-1,45x$

La fórmula que me permite representar la cantidad de agua del bidón en función del tiempo es:  $y=2+1,45x$

g) Las funciones “cantidad de agua de la pecera en función del tiempo” disminuye a medida que pasa el tiempo, y la función “cantidad de agua del bidón en función del tiempo” aumenta a medida que pasa el tiempo, pero ambas lo hacen con el mismo ritmo.

h) Cantidad de agua de la pecera

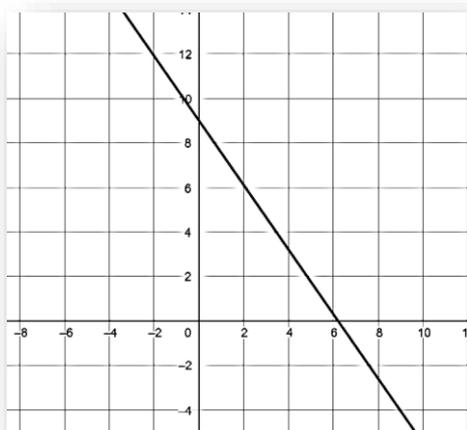


Gráfico 4: Cantidad de agua en la pecera en función del tiempo

Cantidad de agua del bidón

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

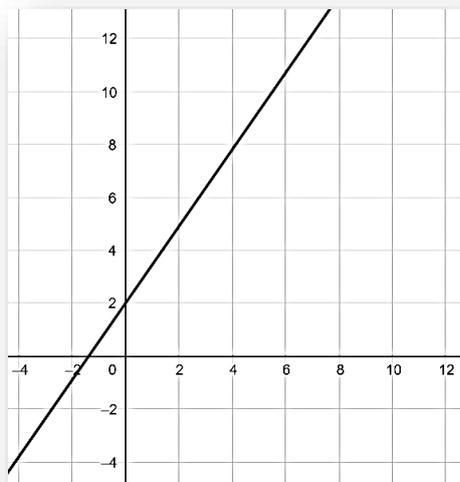


Gráfico 5: Cantidad de agua en el bidón en función del tiempo

Comentarios e intervenciones docentes.

Esta es una actividad fue pensada como una de las propuestas de cierre en donde se vinculan los diferentes registros de las funciones.

La dinámica de trabajo en esta oportunidad es la siguiente:

Se leyó las consignas en conjunto y luego se divide el curso en dos grupos y se le entregó a cada grupo los elementos necesarios para la ejecución de dicha actividad experimental. Se trabajó, primeramente, en busca de establecer el ritmo con el que transporta la bomba el agua para completar la primera tabla. Van a existir dos registros diferentes, dependiendo de los dos grupos formados.

Se repite los experimentos hasta lograr las mediciones más exactas posibles. Como existían diferencias entre una medición y otra a través del tiempo, se calculó el promedio de las mediciones, y ese valor hallado fue el considerado como el ritmo con el que se transportaba el agua.

Una vez obtenido el ritmo de transferencia del agua para cada uno de los experimentos, se completa la tabla en donde se expresan los contenidos de cada uno de los recipientes en función del tiempo.

Se comparan los contenidos de cada recipiente en un mismo tiempo y se busca una fórmula que me permita representar de manera algebraica lo expresado anteriormente.

Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Se realiza un gráfico de coordenadas en donde se representa la cantidad de agua para cada uno de los recipientes. Y a partir de allí sea analiza el dominio, imagen y comportamiento de ambas gráficas.

### Conclusión

Muchas funciones tienen asociada una fórmula que sirve para calcular cada valor de  $y$  a partir del correspondiente valor de  $x$ .

Se llama Función Creciente a aquellas funciones que cuando aumenta la variable  $x$ , también lo hace la variable  $y$ .

Se llama Función Decreciente a aquellas funciones que cuando aumenta la variable  $x$ , la variable  $y$  disminuye.

Producciones de los alumnos:

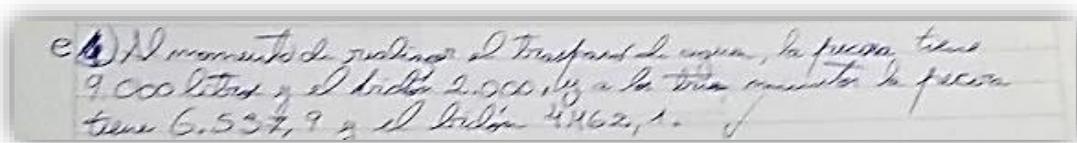


Imagen 26: Producción de un estudiante del apartado e).

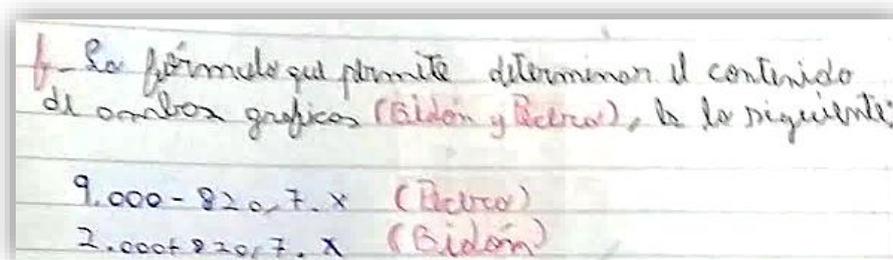
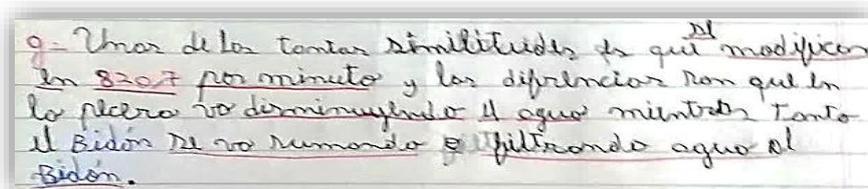


Imagen 27: Producción de un estudiante del apartado f).



Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Imagen 28: Producción de un estudiante del apartado g).

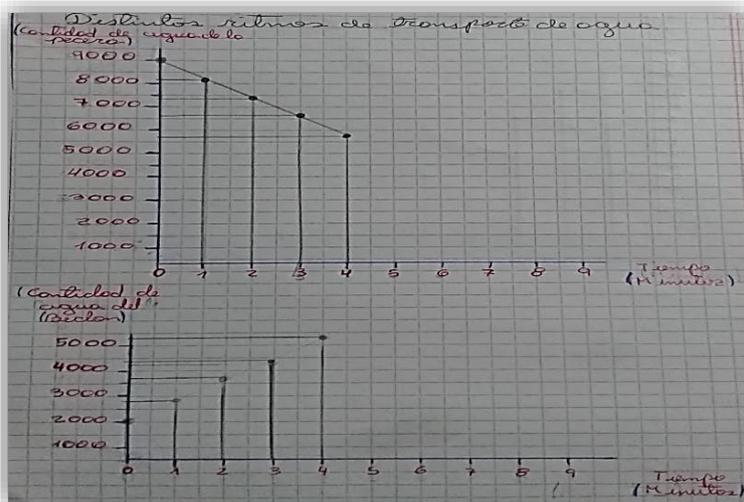


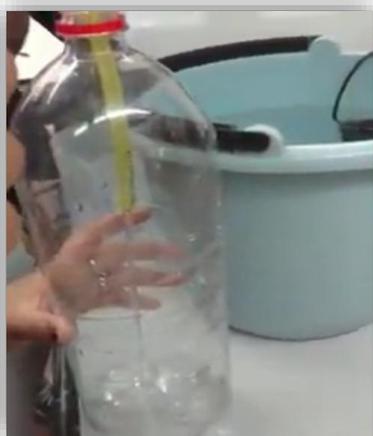
Imagen 29: Producción de un estudiante del apartado h).

Análisis y reflexión de la actividad:

Esta actividad tiene la característica de ser experimental, y por tal motivo existen diferencias entre una ejecución y otra. Al escribir los valores en las tablas los alumnos decidieron expresar los valores en  $\text{cm}^3$ .

Al realizar las propuestas, decidí implementar una actividad en donde el alumno trabajara con el software libre GeoGebra. Esta actividad fue la utilizada para tal fin.

Una vez que realizaron las actividades previstas en cada uno de los apartados, realizamos los gráficos del apartado h) utilizando dicho software.



Ponkosky, S. Un paseo por los diferentes registros de las funciones

Imagen 30 y 31: Ejecución de la propuesta experimental de un par de grupos

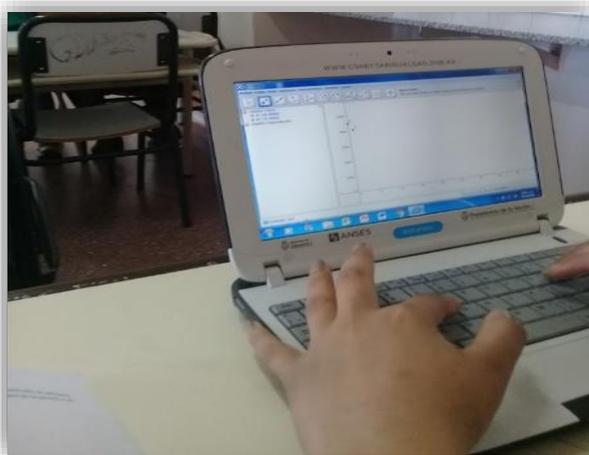


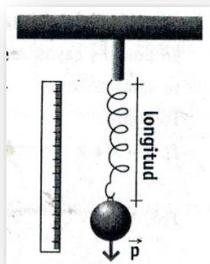
Imagen 32: Confección de gráficos a través del GeoGebra

**Actividad 13. El estiramiento del resorte en función del peso. (Actividad entregable)**

Organización de los recursos/materiales: Se le entregó a cada uno de los alumnos una hoja con las consignas.

Objetivo: Afianzar saberes trabajados anteriormente.

Consigna. La figura muestra un instrumento que permite medir el estiramiento de un resorte a medida que se le agregan distintas pesas (u otros objetos).



La máxima longitud que puede lograrse sin deformar el resorte es de 24 cm.

Imagen 33: Longitud del resorte en función del peso<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup> Extraída de Carpeta de Matemática 9 de Garaveta, Legorburu, Rodas y Turano pág. 23

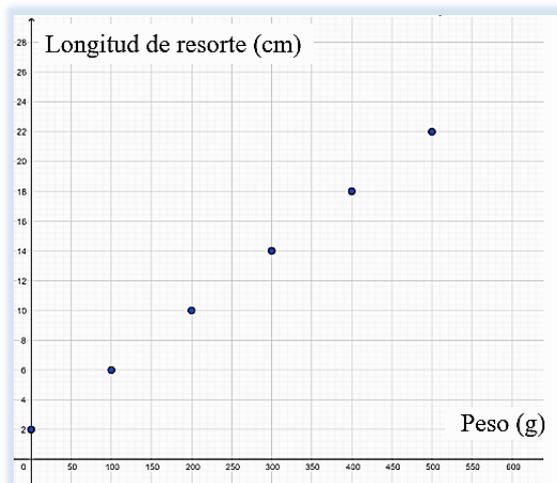
Se ha confeccionado una tabla de la función  $L(p)$ , tomando solo algunos valores del peso  $p$  (en gramos) y las respectivas longitudes  $L$  (en cm) observadas en el resorte al realizar la experiencia.

Peso (g)	Longitud (cm)
0	2
100	6
200	10
300	14
400	18
500	22

Tabla 15: Cantidad de agua (en litros) que contiene la pecera en función del tiempo (minutos)

- Realizar un gráfico en donde se represente la longitud alcanzada por el resorte en función del peso del objeto.
- ¿Cuáles son en este caso las variables independiente y dependiente?
- A partir de la información con la que cuenta, ¿cuál será la longitud, si la pesa es de 450 g? ¿Cómo lo calculan?
- ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?
- Escriban una fórmula que sirva para calcular la longitud  $L$  (en cm) conociendo el peso  $p$  (en g).
- ¿Cuáles son el dominio y la imagen de la función  $L(p)$ ?

Posibles resoluciones de los alumnos:



a)

Grafico 6: Longitud (en cm) del resorte en función del peso (en g) del objeto

- b) La variable independiente es el peso y la variable dependiente es la longitud del resorte
- c) La longitud del resorte si pesa 450g es de 20 cm. Porque es el valor medio de 400 y 500 g y 20es el valor medio de 22 y 18 cm.
- d) Si tiene sentido porque pueden existir valores intermedios.
- e)  $L(cm) = 2 + 4 \cdot x$  considerando  $1 \dots 100g$
- f) El dominio valores entre 0 y 550g e imagen valores entre 2 y 24 cm

Comentarios e intervenciones docentes:

Antes de comenzar con la propuesta propia del día, entregué a cada uno de los presentes la actividad anterior que era evaluable y realicé en el pizarrón algunas aclaraciones sobre errores en los que me había encontrado en la resolución anterior.

Una vez que revisamos esos errores, con el fin de que los pudieran solucionar para esta nueva actividad evaluable, les entrego a cada uno de los alumnos las consigna.

Para la resolución del apartado f), les sugerí que realizaban la siguiente consideración:

$$110 \text{ g} \text{-----} 1u$$

para que al reemplazar hallaran la formula con la siguiente expresión:

$$L(p) = 4 \cdot p + 2$$

Una vez que resolvimos la consigna juntos en el pizarrón, la consigna g) no les presentó dificultad.

Análisis y reflexión de la actividad:

Al realizar la actividad no pude advertir la dificultad presentada en el apartado f). Realicé algunas modificaciones a la propuesta original presente en el libro, pero esta dificultad no la advertí. Lo cual fue necesarias las intervenciones detalladas anteriormente.

En la corrección individual de la propuesta se pudo observar escasos errores, la mayoría justificó mal el apartado e). Quizás eso se debe a la falta de práctica en ese tipo de consignas, es decir diferenciar las variables discretas y las continuas.

Sugiero realizar algunas modificaciones para su nueva implementación.

### **Referencias Bibliográficas**

- Garaventa, L.; Logorburu, N.; Rodas, P.; Turano, C. *Carpeta de matemática 9*. (2003) Buenos Aires. Argentina. Aique Grupo Editor S.A. Primera Edición, Tercera Impresión.
- La Arena. (2019, 13 de agosto) *El dólar se disparó y cerró a \$57, 30*. Editorial Diario La Arena.
- La Arena. (2019, 24 de agosto) *Fuerte caída de la demanda de la leche*. Editorial Diario La Arena.
- N A. (2019, 31 de agosto) *El gobierno aumentó el salario mínimo un 35 %*. Editorial Diario La Arena.
- Página 12. com / N A. (2019, 25 de julio) *Aumento de la pobreza en Argentina*. Editorial Diario La Arena.
- Sessa, C.; (2017). *Hacer matemática 2/3*. Buenos Aires. Argentina Editorial Estrada.