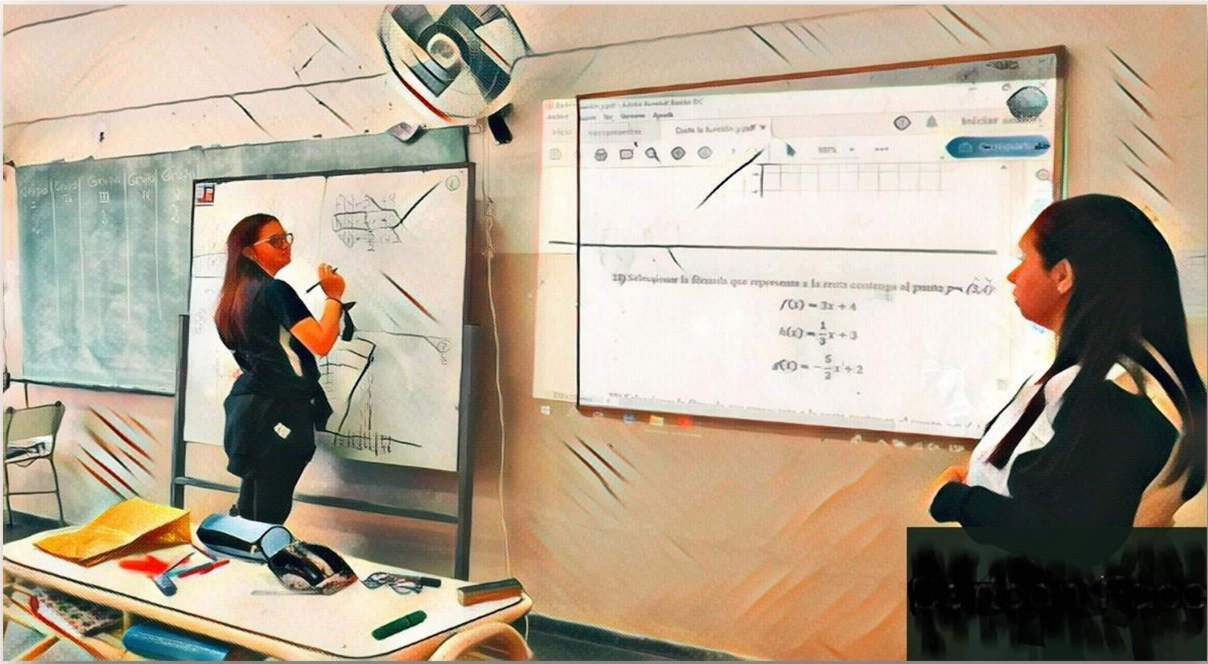
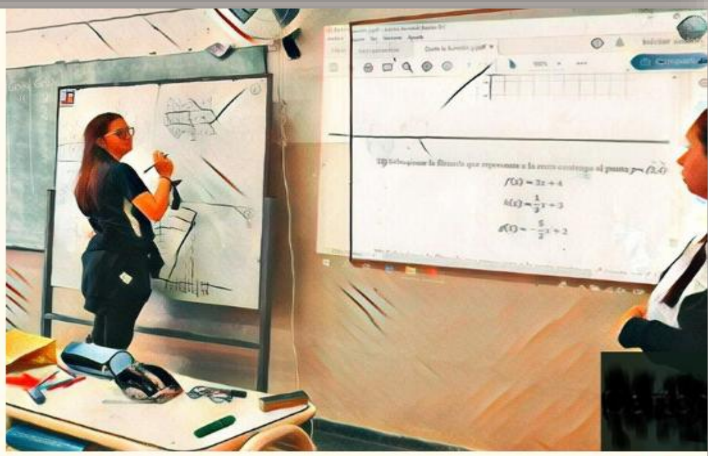
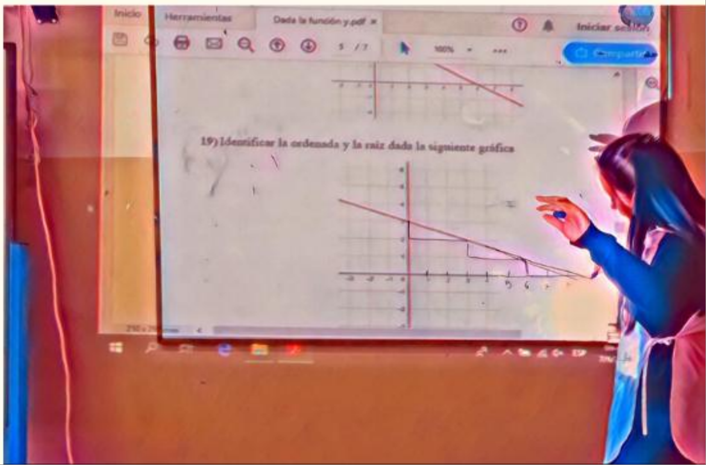

19) Seleccionar la fórmula que representa a la recta contenga al punto
$f(x) = 3x + 4$
$h(x) = \frac{1}{3}x + 3$
$g(x) = -\frac{5}{2}x + 2$


Tiempo
Cantidad de Agua
15 175
30 220
45
65 325
80 370
100 430
265 - 280




Inicio
Herramientas
Dada la función y.pdf
Iniciar sesión
19) Identificar la ordenada y la raíz dada la siguiente gráfica

Campo de Prácticas
PROFESORADOS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
UNLPAM

Campo de Prácticas, junio 2021, ISSN 2718- 8787, pp. 76-140

Trazando líneas

Paola Tula

paotula@hotmail.com

Profesorado en Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNLPam

Resumen

En la presente monografía se explica y enumera las características para tener en cuenta, herramientas para abordar la enseñanza de función lineal.

En primera instancia se hace una descripción de las características básicas que se trabajan en el tema de función lineal, haciendo énfasis en los conceptos de función, dominio codominio, variables, dependencia, independencia, pendiente, ordenada al origen, rectas paralelas y perpendiculares. Y también resaltando las diferentes representaciones de una función. Además, menciono cuatro investigaciones, de las cuales las dos primeras reflexionan sobre las dificultades que hay en la articulación de las representaciones de una función lineal y la idea del concepto de función. Conjuntamente, las restantes investigaciones presentan propuestas didácticas para afrontar estas dificultades haciendo énfasis en un aprendizaje significativo.

Introducción

La comunidad matemática reconoce que uno de los conceptos más importantes es, sin lugar a dudas, el de función. Asimismo, en la comunidad de matemática educativa

también se señala que este concepto atraviesa todos los niveles educativos (Vargas Núñez, 2011). En base a este aspecto, queda en evidencia en los contenidos curriculares nacionales, tanto en ciclo básico como orientado, tienen como uno de los ejes principales: Álgebra y funciones. Además de ello, existen diversas investigaciones en el campo de la educación matemática que han estudiado el concepto de función desde los puntos de vista histórico, epistemológico y didáctico, donde muestran una evolución, desde un surgimiento intuitivo hasta un planteamiento formal del objeto.
En lo epistemológico las investigaciones se han centrado en el estudio de las concepciones, los obstáculos epistemológicos y su relación con las formas de presentar el concepto en las aulas; en Ruiz (1998) se realiza una investigación cuyo objetivo es la caracterización de las concepciones de los estudiantes de secundaria sobre la noción de función, atendiendo a los distintos aspectos que configuran dichas concepciones. Esta inicia con el compendio de los antecedentes relacionados con el concepto de función, continúa con la evolución histórica del concepto, el análisis epistemológico, los diferentes obstáculos asociados a la evolución histórica y finaliza con una propuesta metodológica para abordar este concepto. Sastre (2009) realiza aportes para abordar el concepto de función y plantea que las dificultades de los estudiantes están ligadas con la ausencia de modelación y el trabajo descontextualizado.
En lo didáctico, los estudios se han orientado a aportar estrategias innovadoras, entre las que se encuentra la modelación. Así, Villa (2006) argumenta la importancia de implementarla en el aula de clase, pues, promueve la construcción de conceptos de forma significativa y señala algunos factores que han limitado su implementación, mostrando algunas perspectivas a futuro. (Vargas Núñez, 2011, p.1)
En particular de función lineal, hay una diversidad de estudios generados que revelan la importancia de estudiarlo atendiendo a sus particularidades y a su clasificación.

Fundamentos matemáticos

El concepto de función lineal es de gran importancia en diferentes ámbitos cotidianos, ya que por medio de él se puede relacionar el peso de una ballena en función de su longitud, el pago de un préstamo en función del tiempo, gastos de un negocio en función de los ingresos o la utilidad mensuales en función de los ingresos mensuales; y así como tantos problemas que se pueden analizar entendiendo el concepto de función lineal. A continuación, se hace una descripción de las características básicas que se trabajan en el tema de función línea, teniendo en cuenta los objetivos de 4° año del Ciclo Orientado.

Concepto de función:

El concepto de función que hoy se maneja en matemáticas; es bastante reciente, viene del siglo XIX con Dirichlet (1805,1859) (Sánchez, 2007).

Pero el concepto de función como fórmula, o simplemente como una tabla que asocia ciertos datos de variables diferentes ya se encuentra en culturas tan antiguas como los babilonios. Esta civilización mostró interés en cálculos astronómicos, que registraban en tablas dispuestas en dos columnas, de manera similar a las que se construyen actualmente. Los documentos matemáticos que se conservan de esa época son tablillas de arcilla. En las cuales, los problemas algebraicos aparecen formulados y resueltos de una manera completamente verbal, sin utilizar símbolos especiales.

La definición de función, en la actualidad, se da rigurosamente dentro de la teoría de conjuntos teniendo como soportes principales tres pilares o conceptos previos: pareja ordenada, producto cartesiano y relación.

Por ejemplo, la siguiente definición:

> Sean A y B dos conjuntos no vacíos, que llamamos dominio y codominio respectivamente. Entenderemos por función de A en B toda regla que hace corresponder a cada elemento del dominio un único elemento del codominio. Más precisamente, una función es un conjunto de pares ordenados tales que la primera componente pertenece a A y la segunda a B, es decir, un subconjunto de A × B, de modo que todo elemento de A sea primera componente de un par y sólo de uno. Esto nos dice que toda función de A en B es una relación especial entre A y B. (Rojo, 1996, p.102)

Por lo cual es evidente que se requiere una definición previa de los tres conceptos antes mencionados.

Leithold también enuncia una definición de función, que es la siguiente:

Una función es un conjunto de pares ordenados de números (x, y) en los que no existen dos pares ordenados diferentes con el mismo primer número. El conjunto de todos los valores admisibles de x se denomina dominio de la función, y el conjunto de todos los valores restantes de y reciben el nombre de contradominio de la función. (Leithold, 1996, p.3)

Formas de representar funciones

Se presentan a continuación algunas formas de representar o expresar la relación entre dos variables:

1. Mediante un gráfico: Representación cartesiana de funciones

Las relaciones pueden ser representadas mediante un sistema de coordenadas cartesianas en el plano o en el espacio, según que el dominio sea unidimensional o bidimensional, respectivamente. En el caso de representaciones planas, el dominio es un subconjunto del eje horizontal, y el codominio del eje vertical. (Rojo. A, 1996, p.105)

Leithold da la siguiente definición:

Si f es una función, entonces la gráfica de f es el conjunto de todos los puntos (x, y) del plano $\mathbb{R}^2$ para los cuales (x, y) es un par ordenado de f. (Leithold, 1998, p.6)

Observación: *¿Cómo puede determinarse si un gráfico de este tipo representa una función?*

Si se logra trazar una recta vertical que corte a la gráfica en más de un punto, entonces dicha gráfica no representa una función, ya que esto indicaría que, a un valor de x, le corresponde más de un valor de y (Leithold, 1998).

Ejemplo 1: La siguiente gráfica no representa una función. Hay dos puntos que tienen la misma abscisa y diferentes ordenadas.

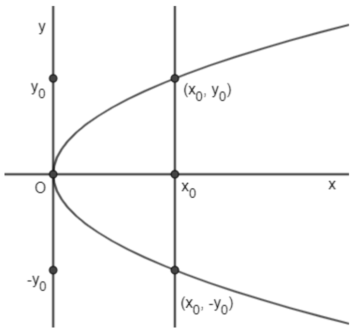


Ilustración 1 Representación gráfica de una relación que no es una función.

2. Mediante una tabla

Los valores tabulados en una tabla de dos columnas pueden ser la representación de una función. Y también podrían representarse en un gráfico cartesiano, lo que permitiría una mejor visualización de los datos.

3. Mediante fórmula

Cuando existe una relación aritmética entre las variables x e y, se la puede expresar por medio de alguna fórmula.

Para determinar el dominio de una función expresada mediante una fórmula, se debe tener en cuenta que representan las variables que intervienen en la fórmula.

Para hallar el dominio se despeja y, se analizan los valores de x para que $y \in \mathbb{R}$. En la función lineal dominio son $\mathbb{R}$.

Para hallar el codominio se despeja x, se analizan los valores de y para que $x \in \mathbb{R}$, en la función lineal el dominio son los $\mathbb{R}$, o si la función es de la forma $y = c$, entonces el codominio es c y el dominio son los $\mathbb{R}$.

Ejemplo 2: El perímetro de un triángulo equilátero, depende de la longitud x de su lado y se calcula mediante la fórmula $f(x) = 3 \cdot x$.

Considerando que la longitud x del lado no puede tomar valores negativos se tiene que: $dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / \ x \geq 0\}$.

Concepto de función lineal

Una función lineal se define por $f(x) = ax + b$, donde x es cualquier número real, a y b son contantes ($a \neq 0$). Su gráfica es una recta cuya pendiente es a y su intercepción -ordenada al origen- es b. (Leithold, 1998)

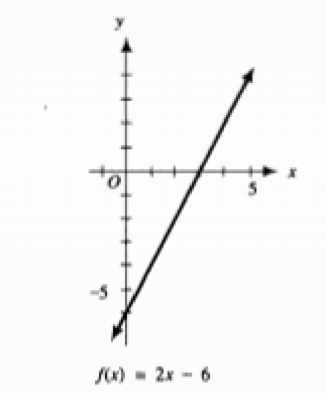


Ilustración 2 Representación gráfica de la función f(x)=2x-6

Variación uniforme

Una de las características de la función lineal es la de poseer una “variación uniforme”, es decir, que cada vez que la variable independiente aumenta o disminuye un determinado valor, la variable dependiente también aumenta o disminuye una cierta cantidad. Esta variación es siempre constante e igual a la pendiente. (Villa, 2006)

Elementos de la función lineal

1. *Pendiente:*

La pendiente (a) corresponde a la cantidad que varía la variable dependiente cuando la variable independiente aumenta en una unidad. Geométricamente indica la inclinación de la recta (Swokowski, 2007).

Observación:

- Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es creciente.

- Si la pendiente de una función lineal es negativa, la función es decreciente.

2. *Ordenada al origen:*

La ordenada al origen b, es el valor que toma la función cuando $x = 0$. En el gráfico de una función lineal es el corte en el eje y en el punto $(0; b)$ (Swokowski, 2007).

3. *Raíz:*

El cero o raíz de una función es aquel valor del dominio cuya imagen es cero. Gráficamente es el valor en el que el gráfico corta al eje x (Swokowski, 2007).

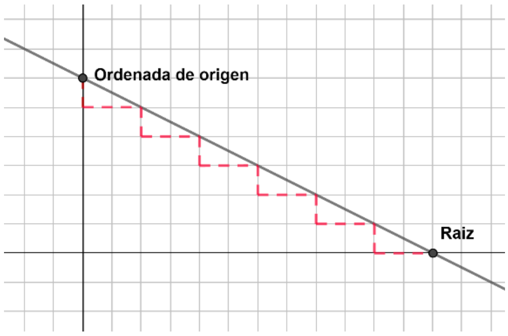


Ilustración 3 Identificación gráfica de ordenada al origen y raíz.

Fundamentos de la didáctica de matemática

Ausubel, Novak y Hanesian (1989) exponen sobre la importancia del aprendizaje significativo que se alcanza cuando el nuevo concepto, idea o proposición se relaciona con conceptos, ideas o proposiciones ya existentes en la mente del estudiante; donde los conceptos nuevos y los que ya posee se modifican y dan lugar al nuevo conocimiento; pero también es necesario que el estudiante se interese por aprender.

Ausubel resalta que el educador debe:

- Conocer los saberes previos del estudiante, es decir, se debe asegurar que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas.
- Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica.
- Considerar la motivación como un factor fundamental para que el estudiante se interese por aprender.
- Sintetizando la perspectiva de Ausubel sobre aprendizaje significativo, las ventajas son:

  -produce una retención más duradera de la información,

  -facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.

  -la nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo,

-es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del alumno,

-es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

Tipos de Aprendizaje Significativo:

-aprendizaje de representaciones: es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo, no los identifica como categorías.

-aprendizaje de conceptos: el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus madres. También se presenta cuando los niños en edad preescolar se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos como "gobierno", "país", "mamífero".

-aprendizaje de proposiciones: cuando conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Así, un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Esta asimilación se da en los siguientes pasos:

. Por diferenciación progresiva: cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el alumno ya conocía.

. Por reconciliación integradora: cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía.

. Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos.

Ausubel concibe los conocimientos previos del alumno en términos de esquemas de conocimiento, los cuales consisten en la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad. Estos esquemas incluyen varios tipos de conocimiento sobre la realidad, como son: los hechos, sucesos, experiencias, anécdotas personales, actitudes, normas, etc.

Esta misma línea Grecia Gálvez e Irene Villarroel (1998), se refieren a la enseñanza de las matemáticas y resaltan los siguientes puntos:

- El alumno debe tener motivos para realizar las actividades de aprendizaje que le son propuestas. Muchos de estos motivos dependen del grado de relación que tienen dichas actividades con la satisfacción de determinadas necesidades. Si ellas representan para el alumno una respuesta a sus necesidades de seguridad, afecto, pertenencia, curiosidad, afán de investigar, etc., será mayor la probabilidad de que tome parte activa en ellas y se logrará así un aprendizaje de mayor calidad.

- Un enfoque metodológico inadecuado en la enseñanza de las Matemáticas conduce muchas veces a crear en el alumno la impresión de que lo que en esta asignatura debe aprender, poco o nada tiene que ver con situaciones vitales que le afecten directa o indirectamente, ya sea en la actualidad o en el futuro. Ello disminuye el interés por las Matemáticas y deteriora la calidad del aprendizaje logrado.
- Es importante que el estudiante crea que puede aprender, que se atribuya a sí mismo ciertas características positivas en relación con la aceptación de los demás, que se sienta conforme consigo mismo. Con mucha frecuencia, las dificultades que el estudiante encuentra en la asignatura de Matemáticas, la sensación de fracaso que experimenta una y otra vez frente a problemas y ejercicios o en las actividades de evaluación, lo llevan a formarse una imagen desmedrada de sí mismo y asocia la asignatura con sensaciones de desagrado e insatisfacción.
- El estudiante debe percibir en la sala de clases un clima estimulante, cálido, amistoso. Esto le permitirá una mejor integración y una participación más activa, con el consiguiente aprovechamiento de las experiencias de la clase.
- Para asegurar un aprendizaje efectivo, es preciso que el alumno actúe aprovechando y viviendo las experiencias que permiten el desarrollo de las actividades en la asignatura. El estudiante debe asumir un rol principal y protagónico en su propio aprendizaje. Debe llevar a cabo las actividades propuestas, en lo posible, en forma creadora. Para que esto ocurra, es necesario que esté activa y positivamente dispuesto hacia la asignatura y hacia las actividades de aprendizaje.

En una investigación previa hecha a estudiantes del Instituto Tecnológico de Sonora, en México, sobre las dificultades para articular los registros gráficos, algebraico y tabular: el caso de la función lineal (Peralta García, 2011). Se llegaron a las siguientes conclusiones:

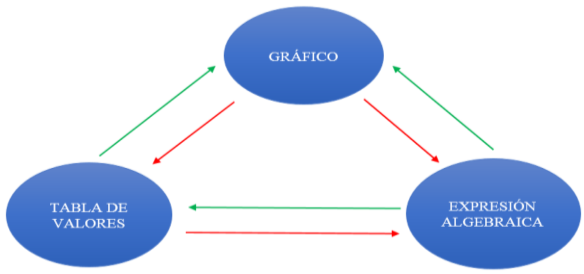
> “Nuestro estudio revela que cuando se trata de la función lineal, la noción de pendiente representa un serio obstáculo para la articulación entre registros. Esta dificultad se revela con mayor fuerza en cierto tipo de conversiones, por ejemplo,

cuando el registro de partida es el gráfico. Los errores registrados no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión por parte de la enseñanza, sino además una confianza excesiva de los estudiantes en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara."

Resalté esta investigación porque me parece un aspecto importante las formas de representaciones de las funciones lineales y la relación entre ellas. Como futuros profesores generalmente creemos que esta articulación se da sin problemas (entre gráficos, tabla y expresión algebraica), pero para los alumnos no es una tarea fácil.

Puedo inferir por mi experiencia con estudiantes de nivel secundario, que la relación entre gráfica y tabla es mucho más fácil de establecer para ellos, pero las expresiones algebraicas siempre son un obstáculo para comprender y reflexionar sobre alguna situación. Así también, en la gran mayoría desde una expresión algebraica pueden tabular una tabla de valores y de ella a una gráfica, pero como hace referencia la investigación la articulación de las tres es donde tienen dificultades.

A continuación, presento un diagrama en el cual muestro las relaciones que los alumnos pueden establecer con menos dificultad (fechas de color verde) y aquellas que general mayor conflicto (fechas de color rojo) a la hora de resolver alguna actividad.



Un estudio que también me gustaría remarcar es de la autoría de Melba Ilenia Zúniga López (2009), en el que se intenta mostrar las dificultades que presentan los estudiantes en la construcción del concepto matemático como es el de función, así también las capacidades y debilidades en cuanto a tareas de interpretación, articulación de representaciones y de visualización.

Esta investigación concluye que, además de que los alumnos tienen grandes dificultades de interpretación, conversión y construcción del concepto de función, conciben como única forma de definir una función la representación algebraica, y la forma tabular y formar gráfica, son para ellos solamente herramientas utilizadas.

Esta investigación vuelve a poner énfasis en la falta de articulación en las representaciones de funciones, aspecto que evidentemente hay que tener en cuenta a la hora de planificar. También es para tener en cuenta que noción de función tienen los alumnos, si pueden entender e interpretar que significa el concepto de función.

Teniendo en cuenta las anteriores dificultades mencionadas, me parece oportuno sugerir el trabajo de Roldán Cruz (2013) en el cual se hace énfasis en el aprendizaje de la función lineal y desarrolla una propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica. La propuesta de intervención pedagógica que se exhibe tiene como pilar la modelación matemática, y así como principal objetivo el aprendizaje significativo.

En el desarrollo de la propuesta se presentan las diferentes formas de representación de función como tablas, gráfica cartesiana, fórmulas y se privilegia el paso de una a otra en diferentes sentidos y por distintas rutas. Cada una de las actividades es escogida teniendo como criterio fundamental el potencial que tenga de desarrollo de elementos conceptuales propios de la función lineal que permitan al estudiante un aprendizaje significativo del tema.

El autor subraya que se ha visto que un concepto no puede ser aprendido a partir de una sola clase de situaciones, y que se requiere tratar todas aquellas situaciones en las que el concepto interviene, las que le dan sentido. El aprendizaje se produce por adaptación al medio y la situación juega el papel de medio con el que el alumno interactúa.

En la propuesta se plantean tres tipos de actividades: análisis de situaciones, contexto matemático y práctica experimental. En las del primer tipo se plantean y abordan escenarios simulados en contextos cotidianos o culturalmente conocidos y a partir de ellos se potencia el análisis de los elementos conceptuales de la función lineal que se están desarrollando. En las de segundo tipo el contexto del planteamiento es netamente matemático; se abordan los principales elementos conceptuales de función lineal y sus representaciones; en este tipo de actividades se presenta inicialmente el componente "teórico" con el cual se debe desarrollar la actividad. En el tercer tipo de actividades planteo algunas prácticas de ejecución simple y con materiales que se pueden conseguir fácilmente. La ejecución, análisis y discusión de estos laboratorios dan paso a la significación del concepto de función lineal, debido entre otras cosas, a que cada elemento de la función lineal tiene un sentido y significado en la práctica.

Las actividades están diseñadas y redactadas para que sean abordadas autónomamente por los estudiantes. Considero, sin embargo, como aporte en el proceso enseñanza aprendizaje que la socialización y discusión de las actividades en forma de plenaria o con compañeros generaría cuestionamientos que a la postre redundarían en mejor aprendizaje del tema.

Destaco este trabajo, porque sintetiza las investigaciones anteriores y se propone una solución a las dificultades antes planteadas o por lo menos una propuesta fuera de lo convencional. Se entiende que el proceso de aprendizaje tiene que ver con una construcción y no con una imposición de definiciones.

A lo largo de la propuesta, se plantean en su gran mayoría actividades en las que los alumnos no necesitan nada más que las consignas para empezar con una resolución, se planeó de tal forma en la vayan conjeturando y así construyendo los conceptos de función, función lineal, dominio, codominio, variable, dependencia, etc. Asimismo, con lo que refiere a la articulación de representaciones la función lineal, fortalece el paso de una a otra forma empleando diferentes contextos.

En la misma dirección, es bueno mencionar el trabajo de investigación "Concepción de la función lineal y afín: Una Experiencia de aula" (Sánchez Peña, 2016) que pone en evidencia las dificultades que encuentran los estudiantes para la comprensión del objeto matemático Función lineal y afín. La autora alude que a pesar que este objeto matemático ha sido materia de estudio en numerosas investigaciones, varias de ellas orientadas a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, se hace evidente la complejidad de su interpretación, la dificultad para reconocer y articular las diferentes representaciones, así como para modelar situaciones o fenómenos; al parecer, como resultado de la forma desarticulada y descontextualizada en que este objeto matemático ha sido "presentado" a los estudiantes, sin abordar las nociones de variación y dependencia.

El propósito general de esta investigación se basa en la realización de una intervención en el aula, que posibilitara la constitución de los "objetos mentales" variable y dependencia, fundamentales en la comprensión del concepto función lineal y afín, a partir de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, en las cuales se utilizan distintas representaciones asociadas a dicho concepto.

Sánchez Peña al final su investigación resalta:

A manera personal, una de las mayores dificultades que enfrenté durante el desarrollo de la implementación del conjunto de tareas, fue precisamente no interferir de manera directa en los "procesos de reinvención" que desarrollaron mis estudiantes; habitualmente como docentes creemos que es indispensable direccionar y tomar el control de las dinámicas internas en el aula de clase, pues asumimos que el profesor es el encargado de indicar qué se debe enseñar, cómo se debe aprender, en qué momento debe darse el aprendizaje, sin reconocer que los estudiantes cuentan con habilidades que les permiten realizar "actividades matematizadoras" o hacer matemáticas, las cuales en muchas ocasiones subestimamos. (2016, p.94)

Fuentes curriculares

Teniendo en cuenta los objetivos del 4° año del Ciclo Orientado de la Educación Secundaria de la Provincia de La Pampa (2013), en el eje "En relación con las funciones y el álgebra" y la propuesta presentada por la docente a cargo de aula, enuncio los siguientes objetivos:

Objetivos generales

1. Analizar las propiedades y las representaciones de una función lineal.
2. Conjeturar ideas y opiniones propias -de otros-, debatir y elaborar conjeturas. Avanzar de argumentaciones empíricas a otras más generales.

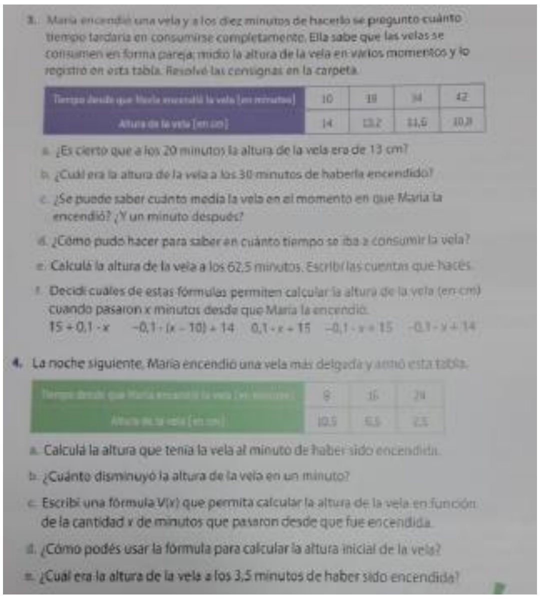
Objetivos específicos

1. Reconocer diferencias y similitudes entre la variación uniforme y proporcionalidad directa.
2. Caracterizar la variación uniforme.
3. Identificar variables: dependiente e independiente.
4. Relacionar diferentes registros: numérico, gráfico y algebraico.
5. Identificaciones de parámetros de las fórmulas, explicitas e implícitas, de una función lineal.
6. Identificación grafica de puntos notables: raíz, ordenada al origen.
7. Reconocimiento de rectas paralelas y perpendiculares.

Fuentes editoriales

A continuación, presento tres libros de nivel secundario que trabajan con el tema de funciones lineales:

. Las siguientes imágenes pertenecen al libro "Hacer Matemática 2/3" de la editorial estrada. En él se identifica la función lineal como variación uniforme, y desde esta noción se avanza en la construcción del concepto.



3. María encendió una vela y a los diez minutos de hacerlo se preguntó cuánto tiempo tardaría en consumirse completamente. Ella sabe que las velas se consumen en forma pareja; midió la altura de la vela en varios momentos y lo registró en esta tabla. Resolvé las consignas en la carpeta.

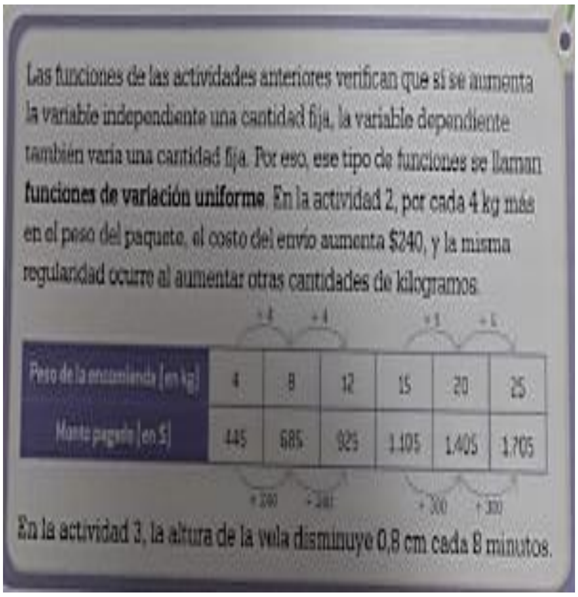
Tiempo desde que María encendió la vela (en minutos)	10	18	34	42
Altura de la vela (en cm)	14	13,2	11,6	10,8

a. ¿Es cierto que a los 20 minutos la altura de la vela era de 13 cm?
b. ¿Cuál era la altura de la vela a los 30 minutos de haberla encendido?
c. ¿Se puede saber cuánto medía la vela en el momento en que María la encendió? ¿Y un minuto después?
d. ¿Cómo pudo hacer para saber en cuánto tiempo se iba a consumir la vela?
e. Calculá la altura de la vela a los 62,5 minutos. Escribí las cuentas que hacés.
f. Decidí cuáles de estas fórmulas permiten calcular la altura de la vela (en cm) cuando pasaron x minutos desde que María la encendió.
$15 + 0{,}1 \cdot x$ $\quad -0{,}1 \cdot (x - 10) + 14$ $\quad 0{,}1 \cdot x + 15$ $\quad -0{,}1 \cdot x + 15$ $\quad -0{,}1 \cdot x + 14$

4. La noche siguiente, María encendió una vela más delgada y armó esta tabla.

Tiempo desde que María encendió la vela (en minutos)	8	16	24
Altura de la vela (en cm)	10,5	6,5	2,5

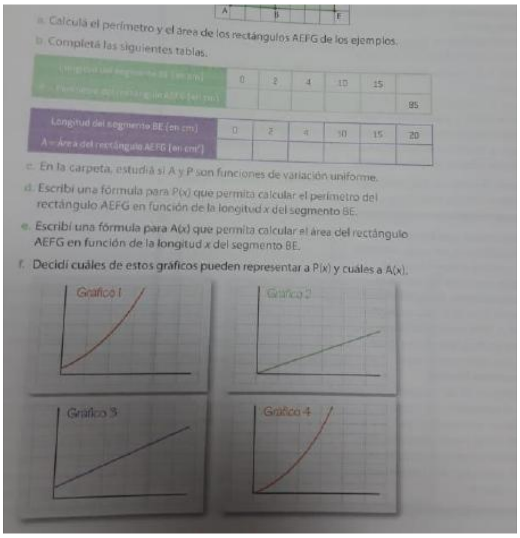
a. Calculá la altura que tenía la vela al minuto de haber sido encendida.
b. ¿Cuánto disminuyó la altura de la vela en un minuto?
c. Escribí una fórmula V(x) que permita calcular la altura de la vela en función de la cantidad x de minutos que pasaron desde que fue encendida.
d. ¿Cómo podés usar la fórmula para calcular la altura inicial de la vela?
e. ¿Cuál era la altura de la vela a los 3,5 minutos de haber sido encendida?



Las funciones de las actividades anteriores verifican que si se aumenta la variable independiente una cantidad fija, la variable dependiente también varía una cantidad fija. Por eso, ese tipo de funciones se llaman **funciones de variación uniforme**. En la actividad 2, por cada 4 kg más en el peso del paquete, el costo del envío aumenta $240, y la misma regularidad ocurre al aumentar otras cantidades de kilogramos.

Peso de la encomienda (en kg)	4	8	12	15	20	25
Monto pagado (en $)	445	685	925	1.105	1.405	1.705

En la actividad 3, la altura de la vela disminuye 0,8 cm cada 8 minutos.

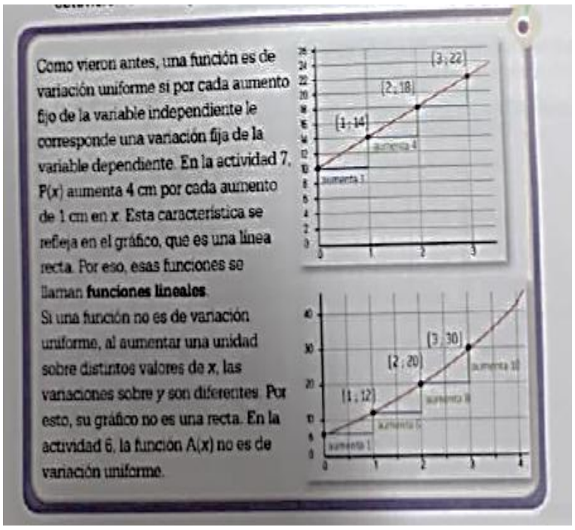


a. Calculá el perímetro y el área de los rectángulos AEFG de los ejemplos.
b. Completá las siguientes tablas.

Longitud del segmento BE (en cm)	0	2	4	10	15	
P = Perímetro del rectángulo AEFG (en cm)						85

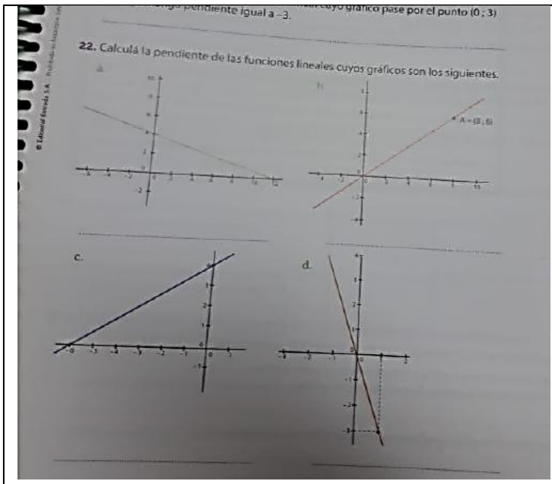
Longitud del segmento BE (en cm)	0	2	4	10	15	20
A = Área del rectángulo AEFG (en cm²)						

c. En la carpeta, estudiá si A y P son funciones de variación uniforme.
d. Escribí una fórmula para P(x) que permita calcular el perímetro del rectángulo AEFG en función de la longitud x del segmento BE.
e. Escribí una fórmula para A(x) que permita calcular el área del rectángulo AEFG en función de la longitud x del segmento BE.
f. Decidí cuáles de estos gráficos pueden representar a P(x) y cuáles a A(x).



Como vieron antes, una función es de variación uniforme si por cada aumento fijo de la variable independiente le corresponde una variación fija de la variable dependiente. En la actividad 7, P(x) aumenta 4 cm por cada aumento de 1 cm en x. Esta característica se refleja en el gráfico, que es una línea recta. Por eso, esas funciones se llaman **funciones lineales**.
Si una función no es de variación uniforme, al aumentar una unidad sobre distintos valores de x, las variaciones sobre y son diferentes. Por esto, su gráfico no es una recta. En la actividad 6, la función A(x) no es de variación uniforme.

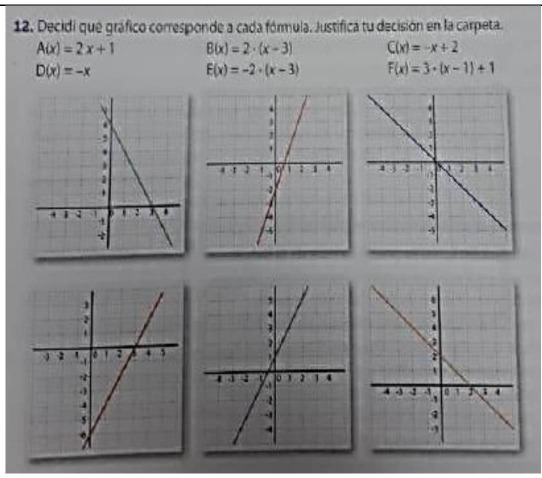
Y siguiendo con lo planteado anteriormente, esta propuesta editorial propone durante todo su desarrollo una articulación entre los diferentes registros: numérico -tabla-, gráfico y algebraico. Como se puede ver las siguientes imágenes:



pendiente igual a −3. ... cuyo gráfico pase por el punto (0 ; 3)

22. Calculá la pendiente de las funciones lineales cuyos gráficos son los siguientes.

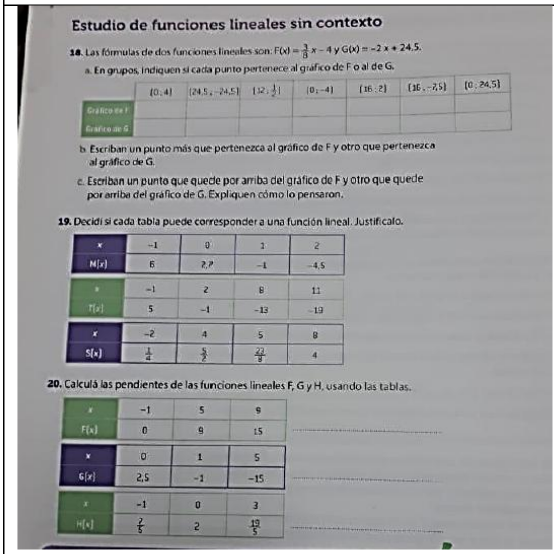
a. b. c. d.



12. Decidí qué gráfico corresponde a cada fórmula. Justifica tu decisión en la carpeta.

$A(x) = 2x + 1$ $B(x) = 2 \cdot (x - 3)$ $C(x) = -x + 2$

$D(x) = -x$ $E(x) = -2 \cdot (x - 3)$ $F(x) = 3 \cdot (x - 1) + 1$



Estudio de funciones lineales sin contexto

18. Las fórmulas de dos funciones lineales son: $F(x) = \frac{3}{8}x - 4$ y $G(x) = -2x + 24{,}5$.

a. En grupos, indiquen si cada punto pertenece al gráfico de F o al de G.

	(0 ; 4)	(24,5 ; −24,5)	(12 ; $\frac{1}{2}$)	(0 ; −4)	(16 ; 2)	(16 ; −7,5)	(0 ; 24,5)
Gráfico de F							
Gráfico de G							

b. Escriban un punto más que pertenezca al gráfico de F y otro que pertenezca al gráfico de G.

c. Escriban un punto que quede por arriba del gráfico de F y otro que quede por arriba del gráfico de G. Expliquen cómo lo pensaron.

19. Decidí si cada tabla puede corresponder a una función lineal. Justificalo.

x	−1	0	1	2
M(x)	6	2,?	−1	−4,5

x	−1	2	8	11
T(x)	5	−1	−13	−19

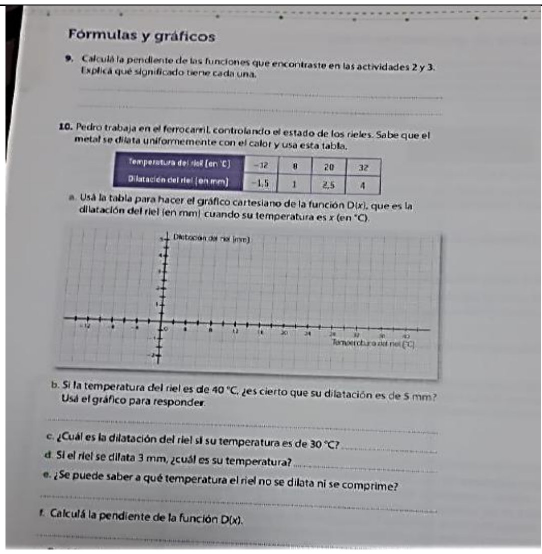
x	−2	4	5	8
S(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{23}{8}$	4

20. Calculá las pendientes de las funciones lineales F, G y H, usando las tablas.

x	−1	5	9
F(x)	0	9	15

x	0	1	5
G(x)	2,5	−1	−15

x	−1	0	3
H(x)	$\frac{7}{5}$	2	$\frac{19}{5}$



Fórmulas y gráficos

9. Calculá la pendiente de las funciones que encontraste en las actividades 2 y 3. Explicá qué significado tiene cada una.

10. Pedro trabaja en el ferrocarril, controlando el estado de los rieles. Sabe que el metal se dilata uniformemente con el calor y usa esta tabla.

Temperatura del riel (en °C)	−12	8	20	32
Dilatación del riel (en mm)	−1,5	1	2,5	4

a. Usá la tabla para hacer el gráfico cartesiano de la función D(x), que es la dilatación del riel (en mm) cuando su temperatura es x (en °C).

b. Si la temperatura del riel es de 40 °C, ¿es cierto que su dilatación es de 5 mm? Usá el gráfico para responder.

c. ¿Cuál es la dilatación del riel si su temperatura es de 30 °C?

d. Si el riel se dilata 3 mm, ¿cuál es su temperatura?

e. ¿Se puede saber a qué temperatura el riel no se dilata ni se comprime?

f. Calculá la pendiente de la función D(x).

Reflexiones finales

Al realizar está monografía me di cuenta la diversidad de contenido, investigaciones, artículos que hay sobre solo un tema como función lineal a lo largo de la historia. Dado esto, en algún momento no sabía por dónde empezar y ordenar todo lo que había reunido y leído.

En esta presentación hice énfasis en la concepción del concepto de función y la articulación de las representaciones de una función, porque son las investigaciones que más me ayudaron a pensar; además, al trabajar con estudiantes del nivel secundario con anterioridad pude notar la dificultad que genera entender que las tres representaciones hacen referencia a una función lineal.

Y también me hizo reflexionar como futura profesora, cómo, qué y con qué propósito enseñamos cada contenido. Generalmente somos nosotras, cómo poseedoras del conocimiento, las que fomentamos y reformamos estás relaciones, y no otras. Más de una vez vi actividades en la que la tabla es utilizada como una herramienta para la construcción de un gráfico y no como una representación de una función lineal.

Asimismo, tomé la teoría del aprendizaje significativo de Eusubel en particular, ya que creo que dadas las dificultades antes mencionadas es la más adecuada para tomar como referencia a la hora de planificar. Es decir, primero plantear situaciones contextualizadas en las que los alumnos puedan reconocer de su vida cotidiana, y desde estas avanzar en la construcción de conocimiento, para luego llegar a abstraer los conceptos.

Referencias bibliográficas

Ausubel; Novak; Hanesian (1983*). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* .2° Ed. TRILLAS, México.

Gastaminza, M. L. (1970). *Notas de Álgebra*. Bahía Blanca, Argentina. Instituto de Matemática de la Universidad Nacional de Sur.

Peralta García, J. X. (2001). *Dificultades para articular los registros gráfico, algebraico y tabular: el caso de la función lineal*. Instituto Tecnológico de Sonora, México.

Rojo, A. (1996) *Algebra I*. Buenos Aires, Argentina. Editorial El Ateneo.

Ruiz, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. p 55 – 101. Jaén: Universidad de Jaén.

Sánchez, C.; Valdés, C. (2007). *Las funciones un paseo por su historia*. Madrid, España. Editorial Nivola.

Sánchez Peña, D. M. (2016). *Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de Ciencias y Educación. Bogotá, Colombia.

Sastre. P. (2009). *Aportes didácticos para abordar el concepto de función*. Revista Iberoamericana de Educación Matemática.

Sessa, C. (2017). *Hacer matemática 2/3.* Buenos Aires: Editorial Estrada.

Stewart, J. (1998). *Cálculo de una Variable*. International Thomson Editores México.

Stewart, J.; Redlin, L.; Watson, S (2012). *Precálculo*. Editorial Cengage learning. Sexta Edición. México.

Swokowskis Earl W.; Cole Jeffery A. (2007). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, Décimo Segunda edición.

Vargas Núñez, M. E. (2011). *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno.* Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias. Bogotá, Colombia.

Villa, J. (2006). *El concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Universidad de Antioquia.

Zúniga Lopez, M. I. (2009). *Estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización. En alumnos de un curso de Cálculo I.* Universidad Pedagógica Nacional. Tegucigalpa, Honduras.

Propuesta de aula

Introducción

En los contenidos curriculares de matemática del campo de formación general del Ciclo Orientado (2013) se establece un trabajo de modelización de situaciones extra e intra-matemáticas mediante funciones lineales y, en consecuencia, supone los siguientes aprendizajes:

- usando las nociones de dependencia y variabilidad,
- seleccionando la representación (tablas, fórmulas, gráficas con recursos tecnológicos) adecuada a la situación,
- interpretando el dominio, el codominio, las variables, los parámetros y los puntos estratégicos en el contexto de las situaciones que modelizan.
- analizando el comportamiento de las funciones lineales
- interpretando la información que portan sus gráficas y sus fórmulas, o vinculando las variaciones de sus gráficas con las de sus fórmulas.

Tiempo	**Saberes/ contenido**	**Actividades**
1° clase 40 minutos	Registro numérico: tabla de valores. Variables: variables independientes o dependientes. Variación uniforme: crecimiento con cantidades enteras.	Actividad n°1
2° clase 120 minutos	Conclusiones	Actividad n°1
	Registro numérico: tabla de valores. Variables: variables independientes o dependientes. Variación uniforme: crecimiento con cantidades no enteras. Fórmulas de problemas de crecimientos uniformes: fórmula explícita o del tipo $f(x)=ax+b$. Equivalencia entre fórmulas. Crecimientos uniformes en gráficos cualitativos en relación con otros crecimientos. Representación gráfica lineal.	Actividad n°2
3° clase 120 minutos	Conclusiones	Actividad n°2
	Identificación de pares ordenados como puntos que definen una gráfica lineal. Identificación de variables independientes y dependientes Representación gráfica lineal. Identificación grafica de ordenada de origen y raíz. Fórmulas de problemas de decrecimientos uniformes: fórmula explícita o del tipo $f(x)=ax+b$ y fórmula implícita $ax+by=c$ (fórmula segmentaria). Equivalencia entre fórmulas.	Actividad n°3

4° clase 40 minutos	Conclusiones	Actividad n°3
	Representación gráfica lineal. Registro numérico: tabla de valores. Identificación de pares ordenados como puntos que definen una gráfica lineal. Relación entre diferentes registros. Ordenada al origen de una función lineal en el gráfico. Fórmula de función: forma explícita o implícita.	Actividad n°4 Tarea
5° clase 120 minutos	Relación entre los diferentes registros. Identificación de funciones lineales mediante representación algebraica, numérica y gráfica.	Juego “domino”
	Representación gráfica lineal. Registro numérico: tabla de valores. Identificación de pares ordenados como puntos que definen una gráfica lineal. Relación entre diferentes registros. Ordenada al origen de una función lineal en el gráfico. Fórmula de función: forma explícita o implícita.	Actividad n°5 (n°4 bis) “evaluativa”
6° clase 40 minutos	Relación entre los diferentes registros. Identificación de funciones lineales mediante representación algebraica, numérica y gráfica.	Actividad n°6 Fichas de dominó.
7° clase 120 minutos	Conclusiones generales Función creciente y decreciente Representación gráfica de la ordenada al origen, raíz y pendiente. Representación gráfica y algebraica de una función lineal. Fórmula de función lineal: forma explícita e implícita. Identificación de parámetros de función lineal.	
	Representación gráfica, algebraica y numérica de una función lineal. Relación entre diferentes registros. Identificación de ordenada al origen y raíz. Funciones crecientes o decrecientes. Fórmula de función: forma explícita, es decir del tipo $ax+b=y$.	Juego

Objetivos generales

1. Analizar las propiedades y las representaciones de una función lineal.
2. Conjeturar ideas y opiniones propias -de otros-, debatir y elaborar conjeturas. Avanzar de argumentaciones empíricas a otras más generales.

Objetivos específicos

- Reconocer diferencias y similitudes entre la variación uniforme y proporcionalidad directa.
- Caracterizar la variación uniforme.

- Identificar variables: dependiente e independiente.
- Relacionar diferentes registros: numérico, gráfico y algebraico.
- Identificaciones de parámetros de las fórmulas, explicitas e implícitas, de una función lineal; identificación de puntos notables: raíz, ordenada al origen.

Actividades

Actividades para ser resueltas y discutidas en grupo. Se debe anotar toda resolución, cuenta, procedimiento, discusión, conclusión, etc. para después analizarlo junto con toda la clase.

Actividad n°1: Julieta trabaja en una empresa que tiene un tanque de agua que se llena con una bomba, siempre al mismo ritmo.

Esta mañana tuvo que registrar en una tabla el volumen de agua que contenía el tanque en ciertos momentos.

Tiempo desde que se encendió la bomba (minutos)	Volumen de agua en el tanque (litros)
15	175
30	220
45	
65	325
80	370
100	430

a. Por una distracción, no pudo observar la marca del volumen a los 45 minutos. ¿Cuál podría haber sido la cantidad de agua en ese momento?
b. ¿Cuál era la cantidad de agua al pasar 90 minutos? ¿y a los 5 minutos?
c. El tanque de agua tiene como cantidad máxima 1120 litros ¿Es cierto que se llena a los 245 minutos? Si responden que sí, expliquen que estrategia usaron. Si les parece que no ¿Cuánto tiempo tiene que estar prendida la bomba para llenar el tanque?

Conceptos de la actividad

Registro numérico: tabla de valores. Variables: variables independientes o dependientes. Variación uniforme: crecimiento con cantidades enteras.

Intencionalidades y objetivos:

En el primer problema, se busca estudiar una situación que involucra una variación uniforme que no es una relación de proporcionalidad directa. Es decir, será un primer ejemplo donde los estudiantes deberán elaborar estrategias que se apoyan en nociones relacionadas con la proporcionalidad -en tanto la variación es proporcional- pero estas, a su vez, resultan insuficientes para responder a la pregunta.

El hecho de que el enunciado ofrezca más datos de los estrictamente necesarios para contestar la pregunta permite que aparezcan distintas resoluciones genuinas, que los estudiantes tengan que tomar más decisiones (elegir cuáles van a usar) y, luego, que tengan que explicitarlas en el momento del trabajo colectivo. A su vez, este abordaje dará lugar al análisis crítico del trabajo de los compañeros.

Resoluciones de los alumnos

Posibles soluciones de la consigna **a)**:

1. Sumar las cantidades de agua contenida en el tanque a los 15 y a los 30 minutos, entonces a los 45 minutos habrá 395 litros.
2. Triplicar la cantidad de agua contenida en el tanque a los 15 minutos, entonces a los 45 minutos habrá 525 litros.
3. Si cada 15 minutos el agua aumenta en 45 litros; entonces, a los 45 minutos habrá 220+45=265 litros.
4. De los 65 a los 100 minutos, el agua aumentó 105 litros; por lo cual a los 45 minutos habrá 370-105=265 litros.

Posibles soluciones de la consigna **b)**:

Para encontrar la cantidad a los 90 minutos se pueden usar estrategias similares a la anterior consigna:

1. Triplicar la cantidad de agua contenida en el tanque a los 30 minutos, entonces a los 90 minutos habrá 660 litros.
2. Duplicar la cantidad de agua contenida en el tanque a los 45 minutos, entonces a los 90 minutos habrá 530 litros.

3. De los 80 a los 100 minutos, el agua aumentó 60 litros por lo tanto cada 10 minutos aumenta 30 litros; por los cual a los 90 minutos habrá 370+30=430-30=400 litros.
4. Si cada 15 minutos en el agua aumento en 45 litros; entonces, a los 90 minutos habrá 220+4*45=400 litros.

Para encontrar a la cantidad a los 5 minutos, se pueden poner en juego estrategias similares a las anteriores resoluciones. También se puede establecer nuevas conclusiones como las siguientes:

1. Si cada 15 minutos aumenta 45 litros, entonces cada 5 minutos aumenta 15 litros. También que, si cada 20 minutos aumenta 60 litros, entonces cada 5 minutos aumenta 15 litros.

Posibles soluciones de la consigna **c)**: Se pueden poner en juego estrategias similares que en las anteriores consignas.

Comentarios e intervenciones docentes:

Para la consigna **a)** los valores expuestos en la tabla permiten a los estudiantes descartar las resoluciones en las que hacen uso de la proporcionalidad directa.

Se apunta entonces a analizar la necesidad de abandonar el uso de la proporcionalidad directa y comenzar a establecer otras relaciones que permitan resolver el problema.

Puede ser que algunos encuentren la variación por unidad y el volumen de agua inicial y los usen para determinar la cantidad de agua a los 45 minutos. Una forma posible es sumando el volumen contenido a los 15 minutos 2 veces, lo cual da 350 litros, como se contó 2 veces el valor inicial entonces solo queda restar el volumen contenido a los 30 minutos, y así obtener el valor inicial (130 litros).

2x175=350 litros 350-220=130 litros

La consigna **b)** sirve para reforzar la idea de crecimiento uniforme de la consigna **a)**. También la tabla de valores sigue siendo una herramienta para descartar algunas resoluciones erróneas.

En la discusión colectiva se podrían analizar todas las estrategias y pensar cómo modificar aquellas que dieron resultados erróneos.

Conclusiones

En el problema del llenado del tanque, se trabajó con dos variables: tiempo y cantidad de agua, la primera es una variable independiente y la segunda es una variable dependiente. Es decir: la cantidad de agua aumenta dependiendo del tiempo.
En esta situación se refiere al llenado de un tanque, por lo tanto, las dos variables crecen. Es decir, cuanto más tiempo pasa, más cantidad de agua hay en el tanque.
Así también, es importante resaltar que mientras que a los 15 minutos en el tanque había 175 litros, para el doble del tiempo -30 minutos- en el tanque no hay el doble de la cantidad de agua que había a los 15 minutos - hay 220litros -. En cambio, si cada 15 minutos la cantidad de agua aumenta 45 litros, para el doble -30 minutos- aumenta 90 litros. Es decir, los crecimientos de las variables son proporcionales.

Análisis-Producciones de los alumnos

Las resoluciones planteadas por los alumnos fueron similares a las que yo plantee previamente, tanto las correctas como las erróneas. Los alumnos, en su gran mayoría, había trabajado con funciones lineales y proporcionales, por lo tanto, a la hora de resolver no tuvieron dificultad de avanzar.

Algunas resoluciones planteadas por los alumnos de la consigna **a)**:

1. Sumar las cantidades de agua contenida en el tanque a los 15 y a los 30 minutos, entonces a los 45 minutos habrá 395 litros. En primera instancia fue descartada, pero luego se dieron cuenta que si le restaban a esta cantidad la de los 45 minutos (365litros), se obtenida la cantidad de agua inicial (130litros).
2. Si cada 15 minutos el agua aumenta en 45 litros; entonces, a los 45 minutos habrá 220+45=265 litros.

Resoluciones de la consigna **b)**:

1. Utilizando la cantidad inicial, y se sigue sumando la misma cantidad cada 15 minutos.

   Se construyó la siguiente tabla:

Tiempo	Litros
0	130
15	175
30	220

45	265
60	310
75	355
90	400

2. De los 80 a los 100 minutos, el agua aumentó 60 litros por lo tanto cada 10 minutos aumenta 30 litros; por los cual a los 90 minutos habrá 370+30=430-30=400 litros.

Para encontrar a la cantidad a los 5 minutos algunas solucione fueron:

1. Si cada 15 minutos aumenta 45 litros, entonces cada 5 minutos aumenta 15 litros. También que, si cada 20 minutos aumenta 60 litros, entonces cada 5 minutos aumenta 15 litros.

Las soluciones de la consigna **c)**: fueron similares a las anteriores. La mayoría sumo 45 litros cada 15 minutos hasta llegar a la cantidad máxima.

1. Uno de los grupos planteo la siguiente resolución:

La cantidad máxima menos la cantidad inicial de agua: 1120 litros - 130 litros = 990 litros
Luego dividieron esta cantidad por 45 litros, para poder saber cuántas veces se tiene que sumar esta cantidad, es decir: 990 litros / 45 litros = 22
Por último, multiplicaron 22 por los 15 minutos (ya que, cada 15 minutos se cargar 45 litros) y así obtuvieron que se tarda 330 minutos.
Al tener los datos dispuestos en la tabla, que estos ser más de los que necesitaban para resolver, pudieron probar varios caminos e ir descartando las resoluciones erróneas.

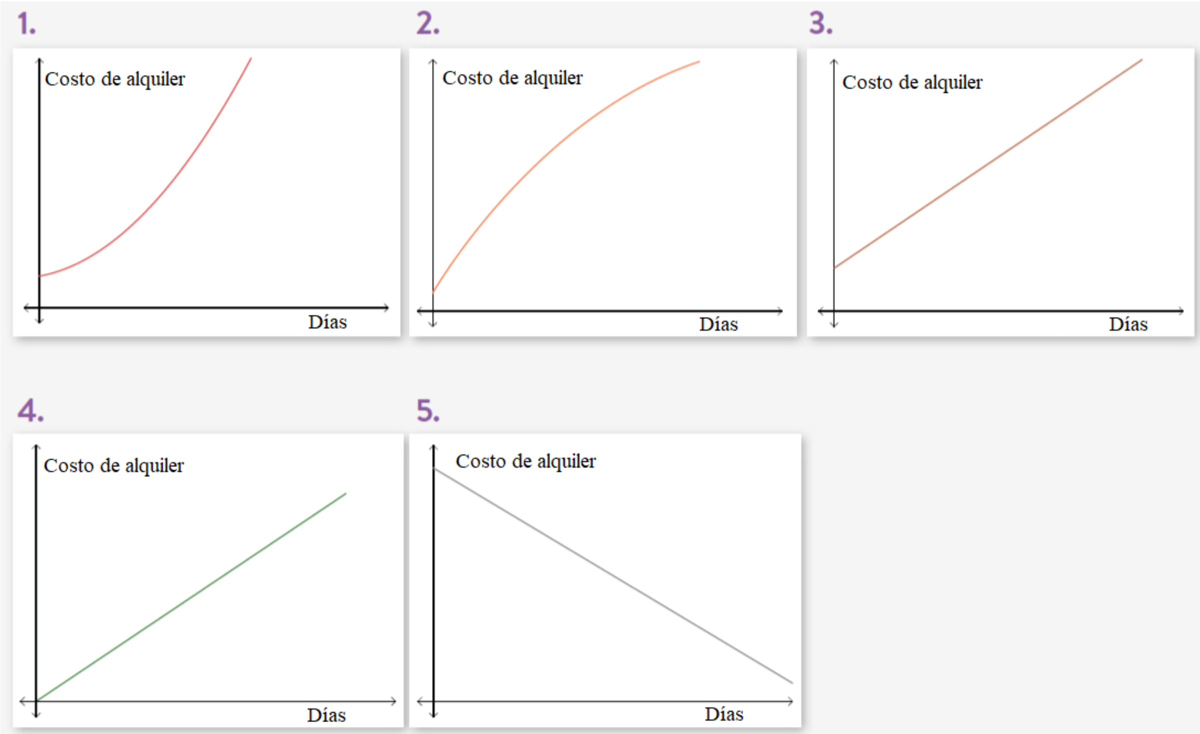
Actividad n°2: Santiago se quiere ir unos días de vacaciones a Santa Rosa de Calamuchita, llamó a un hospedaje y el encargado le dijo que le pasa una muestra de algunos valores del tarifario y que el valor de una habitación incluye un seguro por cualquier accidente dentro del hotel. El encargado le pasó esta tabla:

Tiempo (días)	Alquiler (pesos)
4	1.770
6	2.375
8	2.980
12	4.190

a. De acuerdo con esta tarifa ¿Cuánto tiene que pagar si se queda 10 días?
b. ¿Y si queda 11 días?
c. ¿Cuál es el valor del seguro?

d. ¿Será posible encontrar una fórmula que permita calcular el valor del alquiler para cada día? Si les parece que sí, propongan alguna y pruébela con los datos de la tabla. Si les parece que no, expliquen por qué.

e. Para cada uno de los siguientes gráficos, decidan si puede corresponder a la situación estudiada o no y expliquen por qué.



Conceptos de la actividad

Registro numérico: tabla de valores. Variables: variables independientes o dependientes. Variación uniforme: crecimiento con cantidades no enteras. Fórmulas de problemas de crecimientos uniformes: fórmula explícita o del tipo $f(x)=ax+b$. Equivalencia entre fórmulas. Crecimientos uniformes en gráficos cualitativos en relación con otros crecimientos. Representación gráfica lineal.

Intencionalidades y objetivos

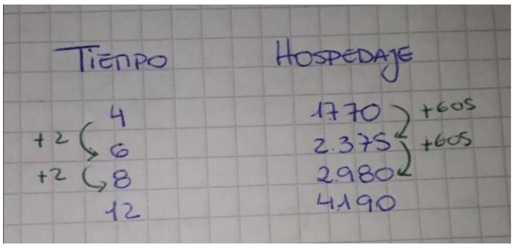
Esta actividad tiene como objetivo que los estudiantes vuelvan a analizar una situación de variación uniforme donde, a diferencia del caso anterior, la pendiente es un número racional no entero. Además, deberán, por un lado, producir una fórmula y, por otro, comenzar a discutir el hecho de que el gráfico necesariamente debe ser una línea recta.

Es decir, se trata de una primera instancia en la cual se debate sobre el tipo de gráfico que representa una situación de variación uniforme.

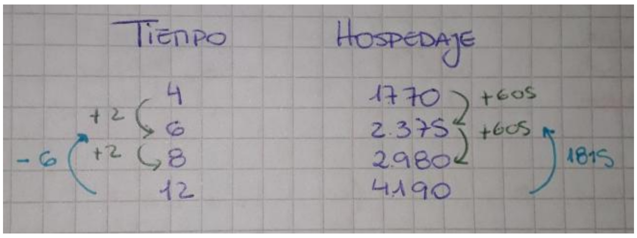
Los gráficos propuestos no tienen valores en los ejes con la intención de poner el foco en analizar cómo se manifiesta la variación en ellos. Es decir, el objetivo de este problema no es que los estudiantes apelen a los valores numéricos de la actividad ni que realicen cálculos con estos, sino que puedan observar que a variaciones de tiempo iguales les corresponden variaciones iguales de precio del alquiler.

Resoluciones de los alumnos

Posibles soluciones de la consigna **a)**:

- 10 días → 4 días + 6 días → \$1.770 + \$2.375 = \$4.145
- Si cada dos días el precio del hospedaje aumenta \$605, entonces a los 10 días cuesta \$3.585
- 

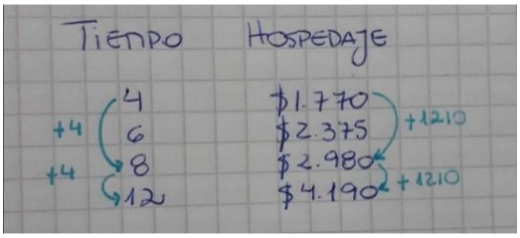
- Así también si cada 6 días aumenta \$1.815, entonces a los 10 días el valor es \$3.585 (\$1.770 + \$1.815)



Posibles soluciones de la consigna **b)**:

- Si cada dos días aumento \$605, entonces cada día aumenta \$302,5. Luego \$4.190-\$302,5= \$3.887,5, es decir valor por 12 días menos el valor por un día.
- Así también, si cada 6 días aumento 1.815 días, entonces cada día aumenta \$302,5. Luego \$3.585+\$302,5=\$3.887,5, la suma entre el costo por 10 días y un día.
- Como 10 esta entre el 8 y el 12, entonces el valor esta entre \$2.980 y \$4.190. Es decir, el valor por 10 días es de \$3.887,5.
- Posibles soluciones de la consigna **c)**:

- Como cada 4 días aumenta $1.210, entonces puedo decir que el seguro es de $560.



- Si similar con la anterior, si cada dos días aumenta $605, entonces el seguro es de $560 ($1.770-2*$605=$560).

  Posibles soluciones de la consigna **d)**:

- Si llamamos t al tiempo (medido en días) y C al costo de alquiler (expresado en pesos), es posible que algunos estudiantes elaboren a partir de allí una fórmula similar a la siguiente:

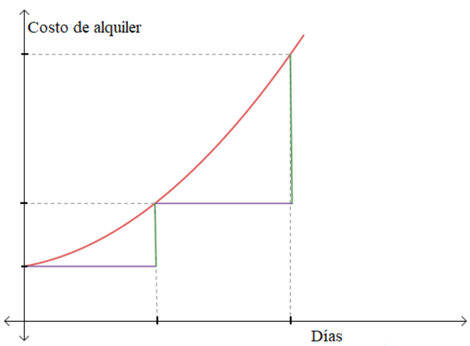
$$C(t) = 560 + 302{,}5 \cdot t$$

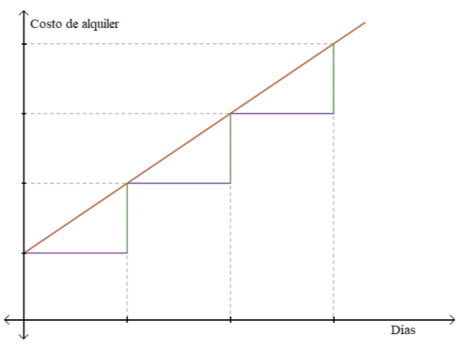
- Igual que en la anterior llamamos t al tiempo y C al costo de alquiler. Se podrá llegar a formular que la variación del tiempo a partir de los 12 días puede calcularse mediante la expresión t-12. Luego, el costo, por cada 1 día que aumenta el tiempo, aumenta $302,5, por lo que desde los 12 días su variación se podrá calcular mediante la expresión 302,5·(t–12). Finalmente, podrán llegar a escribir la fórmula general como:

$$C(t) = 4190 + 302{,}5 \cdot (t - 12)$$

Posibles soluciones de la consigna **e)**:

En los gráficos, los estudiantes podrán marcar variaciones de tiempos iguales para ver qué ocurre con el costo de alquiler. Y así ir descartando los erróneos.





Comentarios e intervenciones docentes

Par la consigna **a.** pueden poner en juego estrategias similares a las de la actividad 1: algunas erróneas, apoyadas en cuestiones de proporcionalidad directa, y otras correctas, basadas en el análisis de la variación.

Así como se hizo en el primer problema, resulta interesante discutir todas las estrategias y asumir como incompletas aquellas que dieron resultados contradictorios. Un posible abordaje es pensar, entre toda la clase, por qué dichos resultados no son coherentes y concluir que se debe a que el seguro aparece más de una vez. Como docente podría acompañar la discusión colectiva analizando las variaciones en la tabla y registrándolas en el pizarrón.

En la consigna **b**., se pide hallar valor del alquiler para 11 días con la intención de que los estudiantes deban encontrar la variación por unidad. Si bien es posible que algunos hayan encontrado esta variación para resolver la actividad 1, en este caso es la primera vez que aparece de manera necesaria. Podrían recurrir, por ejemplo, a las siguientes estrategias:

- Aunque en las situaciones anteriores ya se descartó el uso de la proporcionalidad directa para resolver este tipo de situaciones, podría ocurrir que algunos estudiantes continúen apelando a ella para resolver esta consigna. Nuevamente, los valores de la tabla les permitirán encontrar contradicciones en esta resolución.
- Al analizar las variaciones, podrían observar que, al pasar de 8 a 10 días, el aumento del costo de alquiler es $605 y, luego, establecer que la variación por unidad (pendiente) es de $302,5 (605/2). De esta manera, podrán sumar $302,5 al costo de alquiler correspondiente a los 10 días o restar $302,5 al costo de alquiler correspondiente a los 12 días, y responder que, a los 11 días, el alquiler costara $3887,5.
- Al utilizar el costo de alquiler a los 10 minutos, podrán argumentar que 11 se encuentra en el medio de 10 y 12; entonces, el precio también se encontrará en la mitad entre $3585 y $4190, por lo cual será de $3887,5.

A continuación, en relación con la consigna **c.**, es probable que algunos estudiantes hayan necesitado calcular el seguro para contestar a las dos primeras preguntas, en cuyo caso se podrá omitir el trabajo con este tercer punto. De no haberse discutido anteriormente, podrán recurrir a estrategias similares a las mencionadas en la actividad 1.

Para resolver la consigna **d.**, donde se pide encontrar una fórmula que permita calcular el costo de alquiler para cada día, los estudiantes podrán recurrir al trabajo realizado con las primeras preguntas. En particular, contarán con el seguro y con el aumento de precio por día.

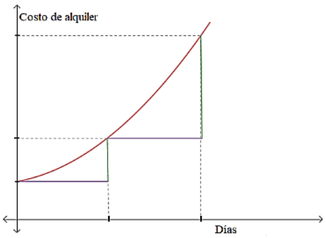
En la elaboración de la fórmula, podrán aparecer variantes con menor grado de formalidad: agregar nuevas variables para “nombrar” partes de la fórmula, armar un texto a modo de instructivo, etc. Como docente podré tomarlas para empezar a introducir convenciones relacionadas con la notación simbólica.

Otra posibilidad es que los estudiantes, apoyados en los procedimientos que utilizaron para responder las preguntas anteriores, intenten producir una fórmula o expresión partiendo de algún dato de la tabla. Por ejemplo, si utilizan la fila correspondiente a los 10 días, podrían producir expresiones con ejemplos a partir de cálculos o explicaciones con procedimientos particulares para ese dato, pero que den cuenta de una generalidad:

- Si quiero calcular para 12 días, hago 4190+302,5(15-12).
- Al valor que quiero calcular, le resto 12 y lo multiplico por 302,5, y a eso le sumo $4190.

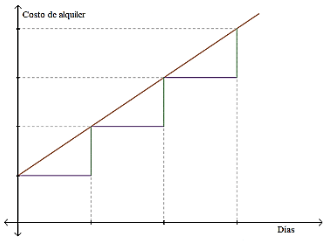
Se les podría pedir para un día determinado el valor y posteriormente para otra, tratando de observar que la forma de calcular “funciona” para otros. Luego se podrá llegar a formular que la variación del tiempo a partir de los 12 días puede calcularse mediante la expresión t-12. Luego, el costo, por cada 1 día que aumenta el tiempo, aumenta $302,5, por lo que desde los 12 días su variación se podrá calcular mediante la expresión 302,5·(t–12). Finalmente, podrán llegar a escribir la fórmula general como:

$$C(t) = 4190 + 302{,}5 \cdot (t - 12)$$



En el primer grafico puedo observar que a iguales variaciones de tiempo la variación del precio es diferente; estos argumentos permitirán descartar esta opción.

Durante la discusión colectiva, para evidenciar que la variación no es constante, se puede recurrir a marcas en el gráfico, como se muestra a la derecha.



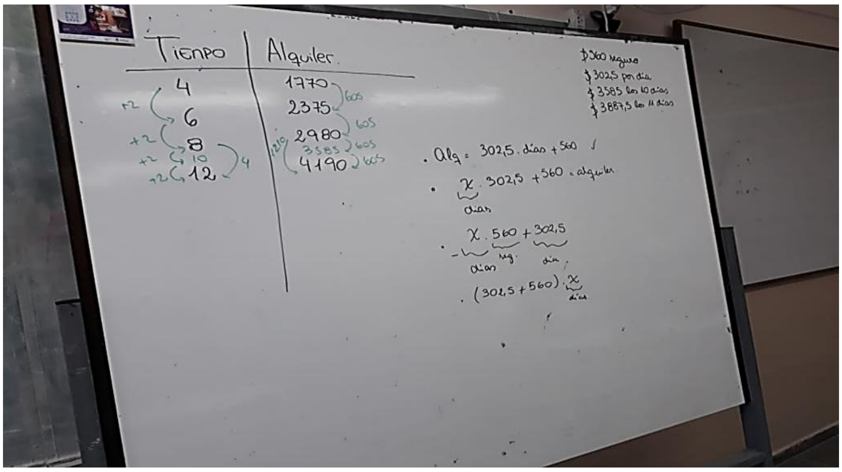
Por su parte, el tercer gráfico sí puede representar la situación, ya que a un determinado incremento del tiempo le corresponde siempre el mismo aumento del volumen.
De la misma manera que se hizo antes, se puede acompañar la discusión colectiva con marcas en el gráfico, como se muestra a la derecha.
En el gráfico 4, se espera que los estudiantes puedan argumentar que, el costo del alquiler incluye el costo del seguro, es decir que el costo de alquiler tiene un precio base de $560 y no de 0 pesos. Finalmente, en el quinto gráfico, podrán observar que a medida que transcurre el tiempo el costo de alquiler va disminuyendo.

Conclusiones

En el problema del hospedaje, la variable independiente es el tiempo y la dependiente es el costo de una habitación -el costo de la habitación aumenta con respecto del tiempo- y las dos variables aumentan, cuantos más días, más se va a pagar.
Así también como pasa con el llenado del tanque, el crecimiento de las variables es proporcional, por lo tanto: por cada día que me quede voy a pagar $302,5 además del seguro de la habitación.
Se puede concluir que a iguales crecimientos de tiempo corresponden iguales aumentos de precio.
Con respecto a las fórmulas de las funciones, podemos decir que: no existe una sola fórmula que represente esta situación, sino que puede a ver varias fórmulas equivalentes entre sí.
En la consigna **e.** podemos observar que el tipo de gráfico que caracteriza esta situación es una recta.

Análisis - Producciones de los estudiantes

Las resoluciones de los alumnos fueron las anteriores presentadas, en los primeros incisos, presentando las mismas o similares a la actividad anterior.
En la consigna **d**. todos formularon la forma explícita de la función, como se puede ver en la siguiente imagen:



Los estudiantes ya venían trabajando con ecuaciones lineales, por lo cual, no tuvieron grandes dificultades en el trabajo con estas.

Actividad n°3: En la casa de Martina quieren cambiar el termotanque y necesitan vaciarlo, sabe que el agua sale a un ritmo constante. A los 15 minutos de abrir la canilla para vaciarlo, el termotanque contiene 80 litros. Vuelve a observar a los 15 minutos y tiene 60 litros.

a. Confeccionen un gráfico del volumen de agua que hay en el termotanque en función del tiempo desde que se abre la canilla hasta que se vacía.
b. A partir del grafico ¿Cuántos litros contenía el termotanque al momento de abrir la canilla? ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse el termotanque?
c. ¿A qué ritmo se vacía el termotanque?
d. Decidí cuales de las siguientes formulas corresponde a la situación anterior. Se identifica como L=cantidad de litros y T= tiempo(minutos).

1) $4T + 3L = 300$ 2) $L = -\frac{20}{15} \cdot T + 100$ 3) $L = -\frac{4}{3} \cdot T + 100$ 4) $3L = -4T - 300$

5) $\frac{T}{75} + \frac{L}{100} = 1$ 6) $L = \frac{20}{15} \cdot T + 100$ 7) $L = -\frac{4}{3} \cdot T - 100$ 8) $(L - 100) \cdot 20 = -15 \cdot T$

Conceptos de la actividad

Identificación de pares ordenados como puntos que definen una gráfica lineal. Identificación de variables independientes y dependientes. Representación gráfica lineal. Identificación grafica de ordenada de origen y raíz. Fórmulas de problemas de decrecimientos uniformes: fórmula explícita o del tipo $f(x)=ax+b$ y fórmula implícita $ax+by=c$. Equivalencia entre fórmulas.

Intencionalidades y objetivos

Se presenta otra situación de variación uniforme que retoma el trabajo del problema anterior. Sin embargo, esta vez se pretende estudiar una función decreciente.

Por otro lado, será el primer problema en el que se pide la construcción de un gráfico cartesiano por parte de los estudiantes y, nuevamente, se pondrá en juego la idea de que si la variación es uniforme entonces el gráfico será una línea recta.

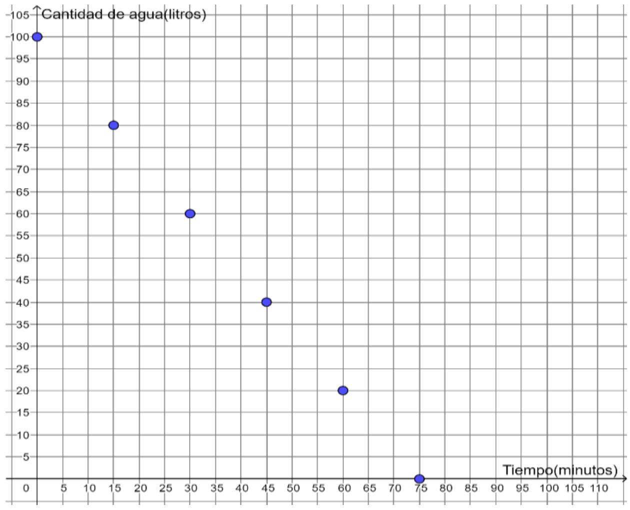
También tiene el fin de identificar gráficamente la ordenada de origen y raíz.

Trabajo con fórmulas de funciones explicitas e implícitas, y equivalencia entre ellas.

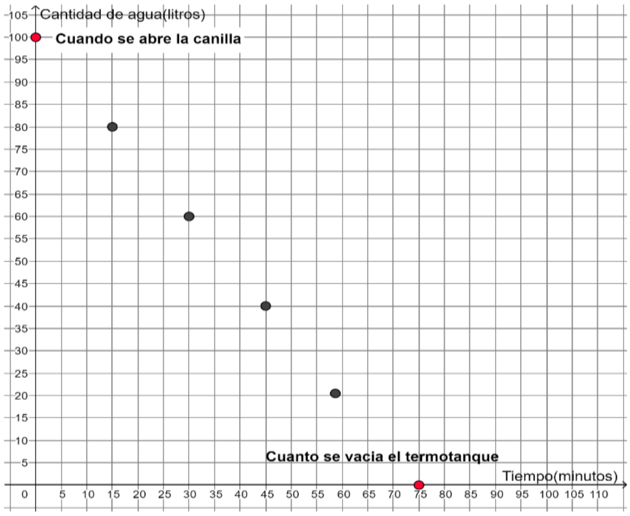
Resoluciones de los alumnos

Posibles soluciones de la consigna **a)**:

Una posible construcción del gráfico consiste en partir de los puntos (15; 80) y (30;60) para luego ir marcando la secuencia de puntos (0; 100), (45;40), (60;20), (75;0), como se muestra en el siguiente gráfico.



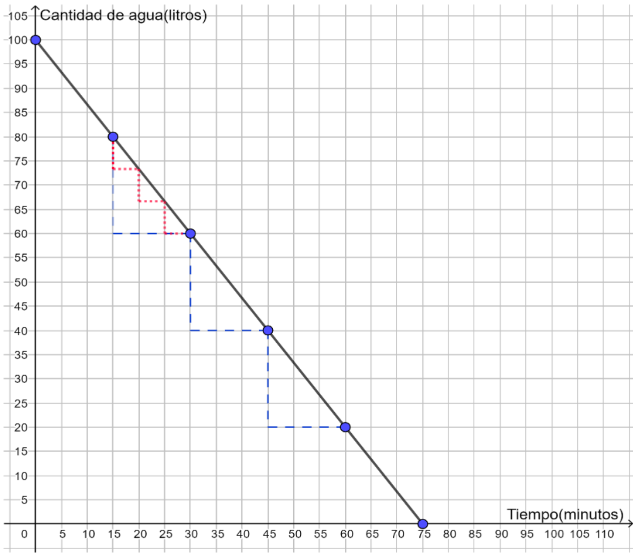
Posibles soluciones de la consigna **b)**:



- Cuando se abre la canilla el termotanque tenía 100 litros.
- El termotanque queda vacío a los 75 minutos.

Posibles soluciones de la consigna **c)**:

- Cada 15 minutos disminuye 20 litros la cantidad de agua.
- Cada 5 minutos disminuye 6,666… litros la cantidad de agua.



Posibles soluciones de la consigna **d)**:

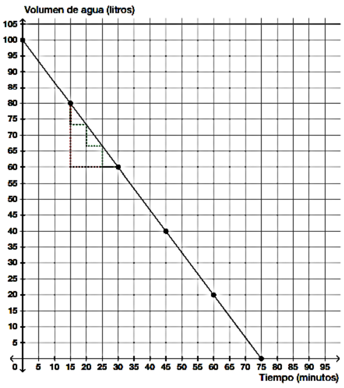
- Funciones correctas: 1, 2, 3, 4, 8.

Comentarios e intervenciones docentes

En el espacio colectivo, será necesario discutir la posibilidad de unir esos puntos y el modo de hacerlo. Se espera que lo analizado en la actividad 2 sea un insumo para la construcción de este gráfico. Es probable que muchos estudiantes elijan unir los puntos con segmentos; en este momento voy a preguntar las razones de esta decisión. Así, es posible hacer explícitos los argumentos que permiten justificar que la construcción que representa la situación planteada en el problema es una línea recta.

Con estas discusiones, se busca poder explicitar que, en este contexto, los puntos podrán unirse porque tanto la cantidad como el tiempo toman todos los valores intermedios (son variables continuas); además, como el termotanque se vacía siempre al mismo ritmo, todos los puntos pertenecen a la misma recta.

Por otro lado, también es posible que se analicen otras formas de describir la variación. Es decir, podría volver a hacer las marcas que describen la variación en el gráfico y también considerar variaciones equivalentes. Por ejemplo, cada 5 minutos, la cantidad desciende $6,\hat{6}$ litros o cada 40 minutos, el volumen desciende 30 litros.



En el gráfico de la derecha, se pueden observar marcas que muestran dos maneras posibles de describir la variación: cada 5 minutos el volumen desciende $6,\hat{6}$ litros y cada 15 minutos el volumen desciende 20 litros.

El propósito de la consigna **b.** es que reconozcan que es posible utilizar el gráfico y que realicen una lectura.

En la consigna **d.** lo interesante para hablar es que funciones son equivalentes y cuáles no. Por ejemplo: $L = -\frac{4}{3}T + 100$ es correcta y $L = -\frac{4}{3}T - 100$ no representa la situación planteada, porqué la primera tiene una ordenada de 100 y la otra de -100.

También esta actividad tiene el fin de que los alumnos puedan trabajar con diferentes tipos de funciones (explicitas e implícitas), puede ser que aquellas que sean implícitas los estudiantes por más comodidad “despejen” y obtengan la explicita.

Conclusiones

Esta actividad con diferencia de las actividades anteriores se trata de una situación de decrecimiento. Es decir, mientras que la variable independiente -tiempo- aumenta, la variable dependiente -cantidad de agua- disminuye. Cuanta más tiempo transcurre, menos cantidad de agua hay en le termotanque.

Los puntos de la gráfica, que representaban cuantos litros tenían el termotanque antes abrir las canillas –(0; 100)- y el tiempo cuando quedo vacío –(75; 0)-, los vamos a llamar ordenada al origen y raíz respectivamente. Es decir, la ordenada al origen se encuentra sobre el eje las ordenadas -*y*- y la raíz sobre el eje de las abscisas -*x*-.

Esta situación puede ser representada con una recta.

Con respecto a las fórmulas, vamos a llamar funciones explicitas las que tienen la forma *y=ax+b,* como $L = -\frac{4}{3}T + 100$ donde *a* representa el ritmo con el que se vacía el termotanque y *b* representa a la ordenada de origen.

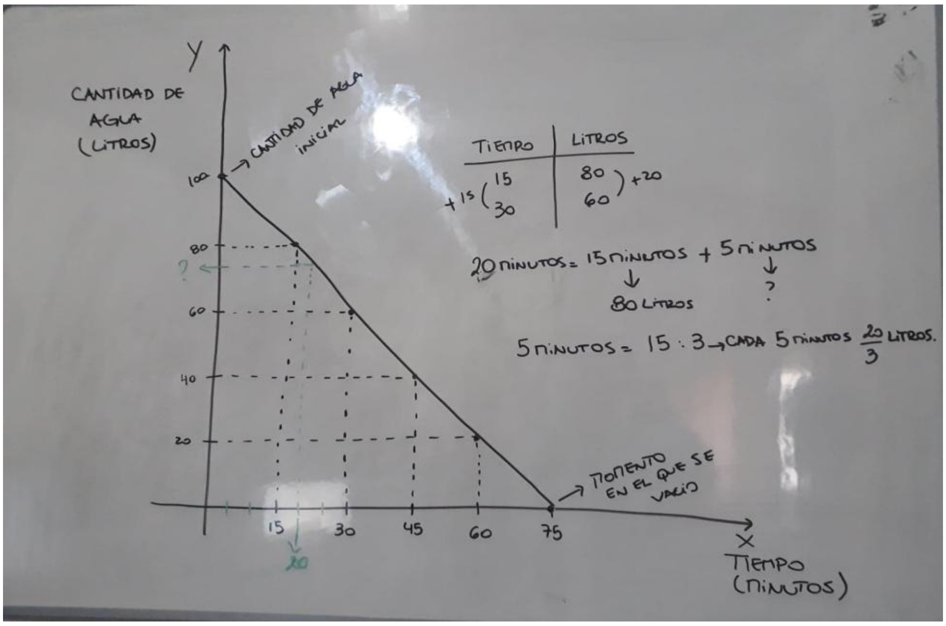
Y aquellas que tienen la forma *ax+by=c,* las llamaremos funciones implícitas, como por ejemplo *4T + 3L=300.*

Análisis – Producciones de los estudiantes

La resolución de las primeras consignas son las presentadas anteriormente. Cuanto se empezó con la construcción de la gráfica, pude notar que no recordaba cual era la variable dependiente e independiente. Por lo tanto, intervine y en el pizarrón nos pusimos de acuerdo que eje le correspondía a cada una.

Lo primero que marcaron son los dos puntos que el ejercicio aportaba y a partir de estos construyeron los otros, y unieron estos puntos intuitivamente.

Una de las intervenciones que no había planteado es la siguiente: ¿Cuánta agua hay a los 20 minutos?



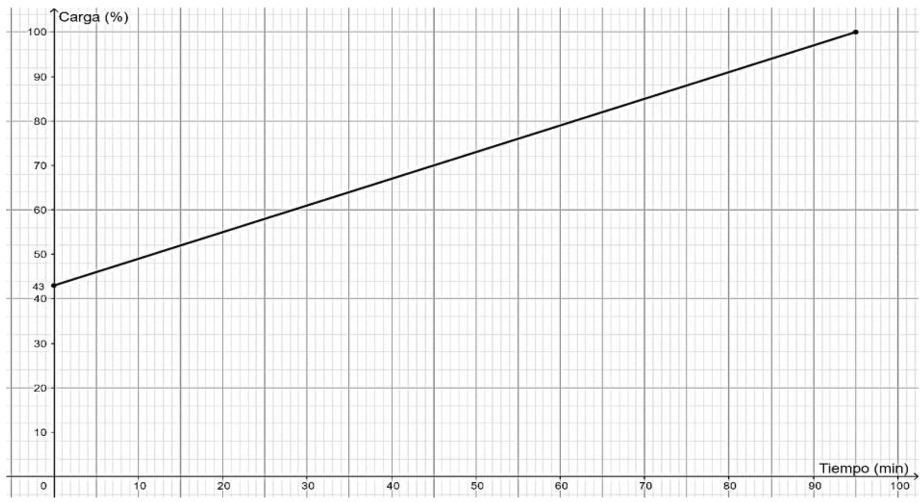
La imagen anterior muestra cómo se planteó la resolución en el pizarrón. Una de las alumnas fue quien guio la resolución, en primera instancia dijo 20 minutos es igual a 15 minutos más 5 minutos. Y que 5 minutos era un tercio de 15 minutos, gráficamente quería decir que dividía los segmentos de 15 minutos en 3 partes iguales.

Después de pensar un poco y recurriendo a las resoluciones de los primeros ejercicios, llego a la conclusión de que se los segmentos de 15 minutos se dividen en tres partes, entonces los segmentos -sobre el eje de las y- de 20 litros también se debían dividir en 3 partes iguales.

Luego realizaron en forma oral, el cálculo: 80 litros menos un tercio de 20 litros, les dio por resultado 73,33… litros.

Para seleccionar las fórmulas correctas, optaron por sustituir las incógnitas por los puntos (15; 80) y (30;60). Y cuando había alguna duda sobre la veracidad, despejaban la variable dependiente (L) con respecto de T. Con esto último trabajamos en la puesta en común, para ver que significaba cada parámetro en las funciones y en qué casos son equivalentes y cuáles no.

Actividad n°4: Abajo se muestra un gráfico del porcentaje de cargar de la batería de un celular en función del tiempo (minutos), desde que empezó a cargarse hasta que llego al 100% de carga.



a. ¿Cuál era el porcentaje de batería cuando se empezó a cargar?
b. ¿Cuánto tardo en cargase?
c. ¿Cuál es el porcentaje de batería a los 10 minutos? ¿y a los 5 minutos?
d. ¿Cuál es porcentaje de cargar a los 11 minutos?

e. ¿Puedo afirmar que el celular se carga siempre a misma velocidad? ¿Cuál es esa velocidad?
f. Confeccionar una fórmula de la batería (b) en función del tiempo (t).

Conceptos de la actividad

Representación gráfica lineal. Relación entre diferentes registros. Ordenada al origen de una función lineal en el gráfico. Fórmula de función: forma explícita, es decir del tipo *ax+b=y*.

Intencionalidades y objetivos

Se propone un contexto diferente donde la variación también es uniforme, pero, en este caso, los datos se encuentran dados a partir de un gráfico. Se espera que los estudiantes puedan trabajar desde este registro para obtener nueva información que no se encuentra de manera explícita. En particular, se incluyeron dos marcas de puntos en el gráfico para facilitar su lectura. Por otro lado, será otra instancia para discutir que, si el gráfico es una línea recta, la variación es uniforme.

Resoluciones de los alumnos:

Posibles soluciones de la consigna **a)**:

- El grafico da como dato que el celular tenía 43% al momento de ponerlo a cargar.

Posibles soluciones de la consigna **b)**:

- El grafico termina a los 95 minutos, momento es que se llega a cargar el 100% el celular.

Posibles soluciones de la consigna **c)**:

- Utilizando el grafico se puede ver que los 15 minutos es 52% y a los 25 minutos es de 58%, entonces se puede decir que cada 10 minutos se carga el 6%. Luego la carga a los 10 minutos desde que se empezó a cargar el celular es de 49% (43+6).
- Como cada 10 minutos se carga el 6%, entonces cada 5 minutos se carga el 3%. Es decir, a los 5 minutos la carga es de 46% (43+3).

Posibles soluciones de la consigna **d)**:

- Se puede estimar que esta entre 48% y 52%.

- Utilizando la anterior consigna si cada 5 minutos se carga un 3% de batería, entonces para un minuto se carga 0,6%. Luego a los 11 minutos el celular tiene una carga de 49,6%.

Posibles soluciones de la consigna **e):**

- Cada 10 minutos carga 6%.
- Cada 5 minutos carga 3%.
- Cada 20 minutos carga 12%.

Comentarios e intervenciones docentes

En las dos primeras consignas de la actividad 4, los estudiantes podrán apelar a la lectura directa del gráfico: se puede observar que al momento que empezó a cargar el celular, la carga era de 43% y también podrán ver que el grafico termina a los 95 minutos, momento en que se llega a cargar al 100% el celular.

A continuación, en las consignas **c)** y **d)**, en la gráfica no figuran los minutos 10, 5 y 11, por lo tanto, encontrar la carga en este minuto no sale directamente, van a tener que apelar a otras estrategias.

Para calcularla, podrían intentar utilizar estrategias como:

. Proporcionalidad directa: estas estrategias podrán ser apartadas ya que los valores obtenidos no son coherentes con los datos del gráfico.

. Estimación a partir de la lectura del gráfico: podrían estimar que a los 11 minutos le corresponde el valor medio entre 48 y 52 porciento.

. Análisis de la variación: en 5 minutos carga 3%, entonces en un minuto carga 0,6%, es decir en el minuto 11 tiene una carga de 49,6% (la carga de los 10 minutos más el 0,6%).

Por último, se propone discutir sobre si la carga es constante para concluir que, como el gráfico es una recta, siempre carga el mismo porcentaje de batería para intervalos de tiempo iguales.

Conclusiones:

En esta situación, como en las anteriores se trabajamos con dos variables, la variable independiente (tiempo) y variable dependiente (la batería). Y es una situación de crecimiento, por lo tanto, las dos siempre aumentan.

También podemos decir que los crecimientos de las variables son proporcionales, es decir siempre "crecen igual". Por cada minuto que se carga el celular su batería aumenta 0,6%, teniendo en cuenta que al enchufar el celular había 40%. Es decir, si a la variable independiente se le suma una cantidad fija, a la variable dependiente se le suma una cantidad fija, esto es lo que llamamos variación uniforme.

Está situación también puede ser representada mediante una fórmula explicita, es decir, de la forma $y=ax+b$. En este tipo de fórmula vamos a llamar *a la pendiente*, la cual representa la velocidad con el que se carga la batería y b a la ordenada de origen.

Una función que tiene variación uniforme y es representada mediante una recta es lo que llamamos función lineal.

Análisis

Esta actividad por falta de tiempo, la dejé de tarea. Más adelante presento una actividad similar que la utilizo para evaluar.

Actividad. Juego de dómino

Pasos para jugar al dominó

1. El juego requiere un mínimo de 2 jugadores, y pone límite a un máximo de 4.
2. En las 28 fichas, se encuentran 6 fichas dobles y dos comodines.
3. Coloca todas las fichas boca abajo y mézclalas con las manos para que queden bien repartidas.
4. Cada jugador debe tomar 7 fichas, siendo el que mezcló las fichas el último en tomar. Las que sobren deben dejarse a un lado de la mesa, boca abajo, ya que se irán tomando más adelante. Si hay 3-4 jugadores se deben repartir 5 fichas a cada uno en lugar de 7.
5. Comienza la partida el jugador que este a la derecha de quien mezclo las fichas. Coloca una ficha sobre la mesa boca arriba.
6. Al lado de esa primera ficha debe colocarse una que represente la misma situación -función-. La representaciones -ya sea tabla, grafico o fórmula. deben tocarse y coincidir siempre.
7. Cuando le toca el turno a un jugador que no tiene ninguna ficha que coincida con las representaciones que hay disponibles en las fichas abiertas para colocar a su

lado, entonces debe tomar una ficha de las que habían sobrado al repartir. Debe tomar fichas una por una hasta que le toque una que pueda poner en la mesa.

8. Si ya no quedan fichas para tomar y no puedes poner, simplemente tu turno salta al siguiente jugador. Y así hasta que puedas poner.
9. Es indispensable que mantengas tus fichas ocultas a los demás jugadores en todo momento.
10. Al jugar al dominó, gana la partida la primera persona que ha conseguido colocar todas sus fichas en la mesa. Si todo el mundo pasa porque no puede colocar ficha, entonces será el final de la partida y será el ganador el que tenga menos fichas en ese momento en mano.

En el Anexo n°2 presento las fichas.

Conceptos de la actividad

Relación entre los diferentes registros. Identificación de funciones lineales mediante representación algebraica, numérica y gráfica. Identificación de parámetros de funciones lineales. Clasificación de funciones lineales en creciente o decreciente.

Intencionalidades y objetivos

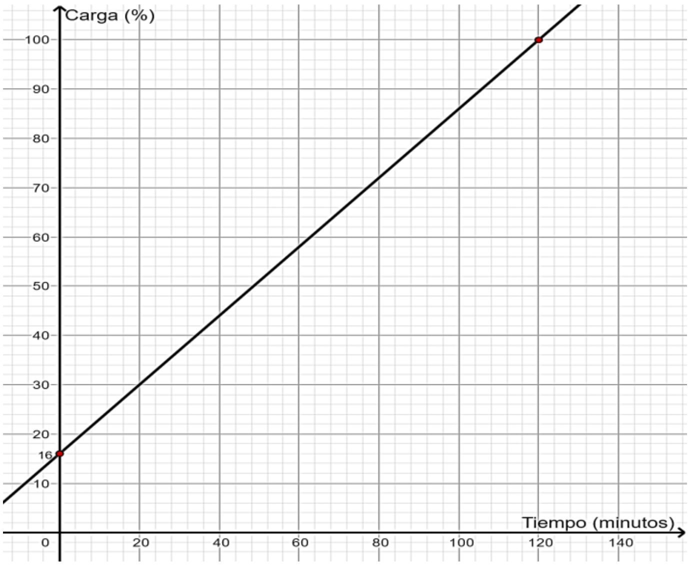
El objetivo de este juego es dinamizar la articulación entre los diferentes registros: coloquial, algebraico, numérico y gráfico.

Análisis- Comentarios docentes

El juego presento una dificultad que los chicos, por lo cual, no podían jugar. Y este era principal objetivo del juego.

A pesar de las dificultades que tenían se las ingeniaban para unir fichas, pero no se tuvo una dinámica de juego. Considero que la cantidad de fichas y el momento en lo que presente no ayudo al proceso de aprendizaje.

Actividad N°5 o N°4 Bis: A continuación, se muestra un gráfico del porcentaje de cargar de la batería de una notebook en función del tiempo (minutos), desde que empezó a cargarse hasta que llego al 100% de carga.



a. ¿Cuál era el porcentaje de batería cuando se empezó a cargar?
b. ¿Cuánto tardo en cargase?
c. ¿Cuál es el porcentaje de batería a los 40 minutos? ¿y a los 30 minutos?
d. ¿En qué momento tiene el 50% de carga?
e. ¿Puedo afirmar que la notebook se carga siempre a misma velocidad? ¿Cuál es esa velocidad?
f. Confeccionar una fórmula de la batería (b) en función del tiempo (t).

Conceptos de la actividad

Representación gráfica lineal. Relación entre diferentes registros. Ordenada al origen de una función lineal en el gráfico. Fórmula de función: forma explícita, es decir del tipo $ax+b=y$.

Intencionalidades/objetivos

Se propone un contexto diferente donde la variación también es uniforme, pero, en este caso, los datos se encuentran dados a partir de un gráfico. Se espera que los estudiantes puedan trabajar desde este registro para obtener nueva información que no se encuentra de manera explícita. En particular, se incluyeron dos marcas de puntos en el gráfico para facilitar su lectura. Por otro lado, será otra instancia para discutir que, si el gráfico es una línea recta, la variación es uniforme.

Resoluciones de los alumnos:

Posibles soluciones de la consigna **a)**:

- El grafico da como dato que la notebook tenía 16% al momento de ponerlo a cargar.

Posibles soluciones de la consigna **b)**:

- El grafico termina a los 120 minutos, momento es que se llega a cargar el 100% el celular.

Posibles soluciones de la consigna **c)**:

- Utilizando el grafico se puede ver que los 20 minutos es 30% y a los 40 minutos es de 44%, entonces se puede decir que cada 20 minutos se carga el 14%. Luego la carga a los 30 minutos desde que se empezó a cargar el celular es de 37% (30+7 ó 44-7).

Posibles soluciones de la consigna **d)**:

- Se puede estimar que esta entre 48% y 52%.
- Como cada 10 minutos se carga el 7%, entonces cada 50 minutos se carga el 35% (7*5). Es decir, a los 50 minutos la carga es de 51% (35+16).

Posibles soluciones de la consigna **e)**:

- Cada 20 minutos carga 14%.
- Cada 10 minutos carga 7%.
- Cada 50 minutos carga 35%.

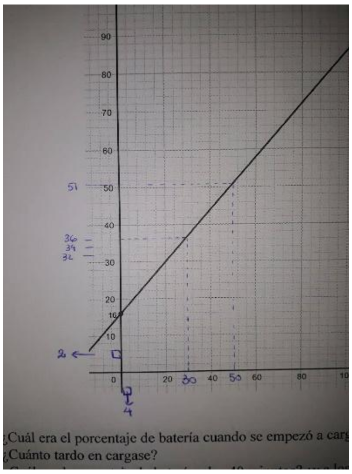
Posibles soluciones de la consigna **f)**:

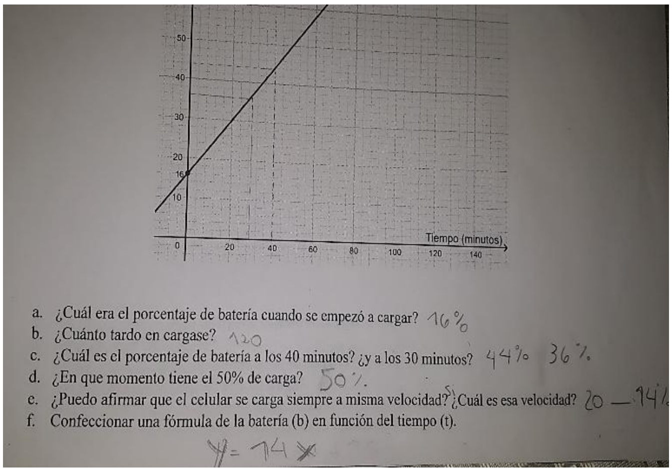
- $y = 0.7x + 16$
- $y = \frac{7}{10}x + 16$ ó $y = \frac{14}{20}x + 16$
- $y = \frac{10}{7}x + 16$ ó $y = \frac{7}{10} + 16$

Análisis – Comentarios

En la gran mayoría del curso pudo resolver en su totalidad la actividad, el tiempo que tuvieron fue menos medio módulo -30 minutos-, de las consignas en la que tuvieron más dificultad fue en la construcción de la fórmula.

En las dos primeras se podían observar en el gráfico claramente. En las siguientes ternas que realizar alguna deducción más, muchos respondieron valores aproximados y luego los comprobaban con la fórmula.

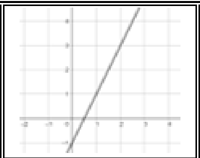
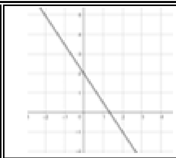




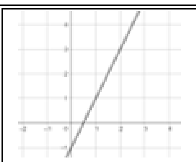
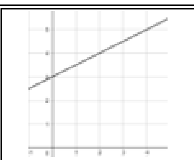
Actividad n°6: Fichas de dominó

Deben unir las cuatro fichas y justificar su elección.

Tema 1:

x y 2 4 3 6 5 10			x y 2 -1 5 -5,5 8 -10
$y = 2x - 1$	x y 2 4 4 5 8 7	$y = -\frac{3}{2}x + 2$	$y = -\frac{1}{2}x + 3$

Tema 2:

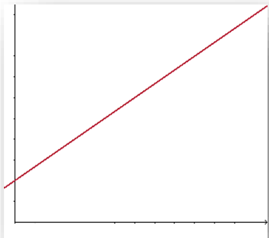
$y = 2x$			$y = -\frac{3}{2}x + 2$
x y 3 5 5 9 7 13	$y = \frac{1}{2}x + 3$	x y 1 0,5 3 -2,5 4 -4	x y 2 2 4 1 5 0,5

Análisis

Esta actividad resultó como el juego. Los chicos al tener varias opciones -muchos menos que antes- no podían justificar. Pienso igual que con el juego, creo que si lo hubiera presentado en otro momento de la residencia hubiera funcionado de una mejor forma.

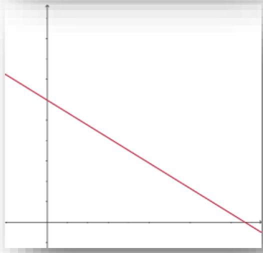
Conclusiones generales

Función creciente: Ejemplo, llenado del tanque o "el hospedaje". Cuanto más tiempo pasaba, más agua había en el tanque -o más se tenía que pagar en el hospedaje-. Es decir, las dos variables aumentan. La fórmula que representaba la situación era: y=302,5x+560



Función decreciente: Ejemplo: vaciado del termotanque

Cuanto más tiempo pasaba, menos cantidad de agua. Es decir, mientras una variable (independiente) aumenta, la otra disminuye (dependiente). Una de las fórmulas que representaba la situación era:



$$y = -\frac{20}{15}x + 100$$

En las dos situaciones plateadas llegamos a las fórmulas de la forma: $y = ax + b$

En este tipo de fórmula vamos a llamar *a (coeficiente principal) la pendiente*, la cual ejemplo del termotanque -o del hospedaje- representa la velocidad con que se vaciaba -el precio por habitación- y *b* a la ordenada de origen, que representa cuánta agua tenía el termotanque -el seguro-.

Si desde la fórmula queremos encontrar la raíz, y=0 (Explicación con el gráfico). Es decir, en el ejemplo del vaciado del termotanque:

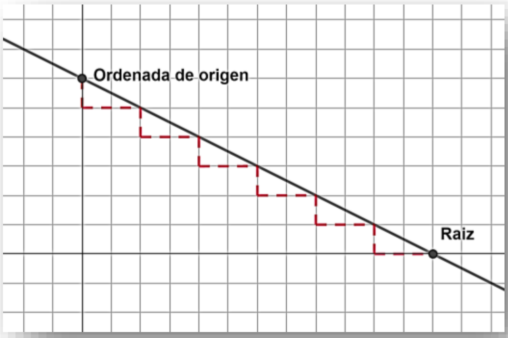
$$0 = -\frac{20}{15}x + 100$$

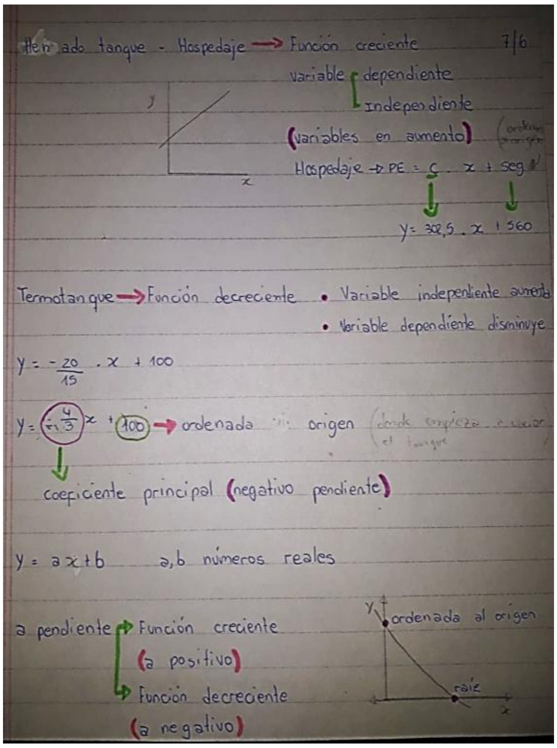
$$-100 = -\frac{20}{15}x$$

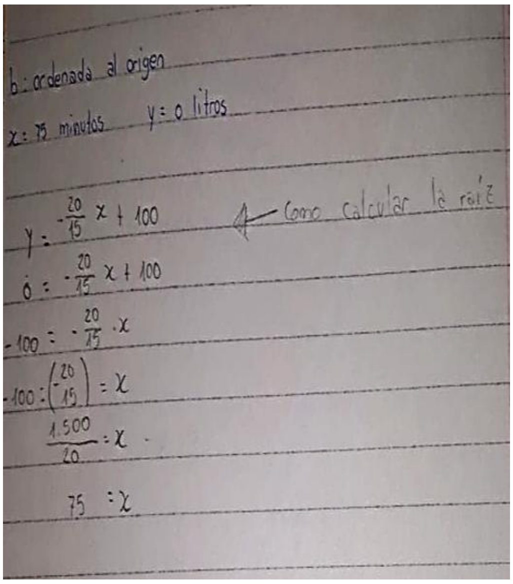
$$-100 \div \left(-\frac{20}{15}\right) = x$$

$$75 = x$$

Desde la gráfica podemos encontrar la ordenada de origen, pendiente y raíz.







Última clase: Formar grupos de 5 o 6 estudiantes y luego tomar una consigna de la bolsa.

28) Seleccionar la fórmula que representa a la recta contenga al punto $p = (3,4)$:

$$f(x) = 3x + 4$$

$$h(x) = \frac{1}{3}x + 3$$

$$g(x) = -\frac{5}{2}x + 2$$

24) Seleccionar la fórmula correcta, si la ordenada de origen es -3 y su raíz es 4:

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$g(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

25) Seleccionar la fórmula correcta, si la raíz es 2 y su pendiente es $\frac{5}{2}$:

$$f(x) = \frac{2}{5}x - 3$$

$$h(x) = \frac{5}{2}x - 5$$

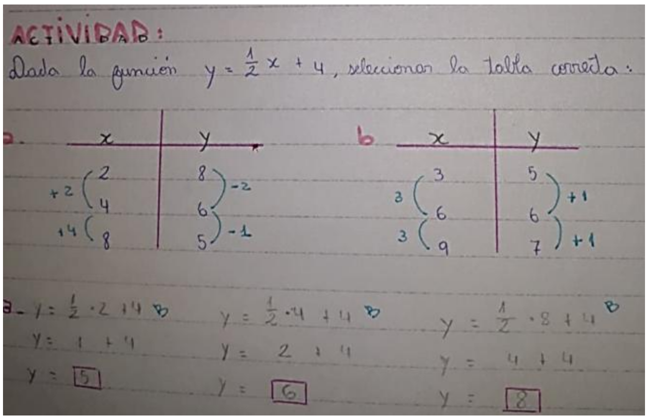
$$g(x) = \frac{5}{2}x + 2$$

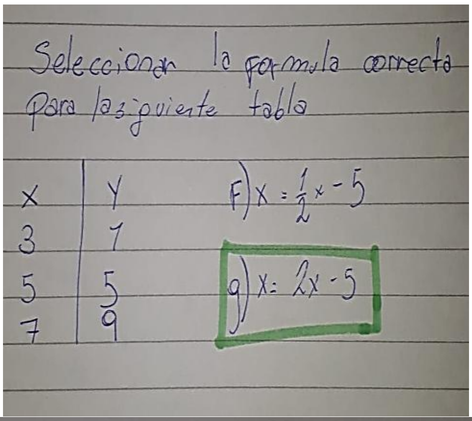
En el anexo n°3 están las demás consignas.

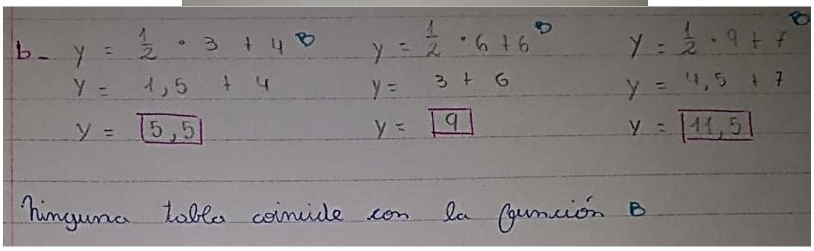
Conceptos de la actividad

Representación gráfica, algebraica y numérica de una función lineal. Relación entre diferentes registros. Identificación de ordenada al origen, raíz y pendiente. Funciones crecientes o decrecientes. Fórmula de función: forma explícita, es decir del tipo *ax+b=y*.

Producciones de los estudiantes







Análisis

Esta actividad tiene los mismos objetivos que el dominó. Pero a diferencia del dominó, en está tuvieron que seleccionar una opción entre dos o tres opciones.

Reflexiones Finales

Considero que términos generales pude llegar a los objetivos planeados en primera instancia, aunque creo que hay actividades que las pude haber llevado delante de diferente forma. Como, por ejemplo, la última actividad habría sido adecuada en vez del dominó. En mi monografía había planteado que me preocupaba la articulación entre los registros, y justamente fue lo que genero más dificultades desarrollar en clase.

Referencias bibliográficas

Gastaminza, M. L. (1970). *Notas de Álgebra*. Bahía Blanca, Argentina. Instituto de Matemática de la Universidad Nacional de Sur.

Rojo, A. (1996) *Algebra I*. Buenos Aires, Argentina. Editorial El Ateneo.

Sánchez, C.; Valdés, C. (2007). *Las funciones un paseo por su historia*. Madrid, España. Editorial Nivola.

Sánchez Peña, D. M. (2016). *Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de Ciencias y Educación. Bogotá, Colombia.

Stewart, J. (1998). *Cálculo de una Variable*. International Thomson Editores México.

Swokowskis Earl W.; Cole Jeffery A. (2007). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, Décimo Segunda edición.

Vargas Núñez, M. E. (2011). *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno.* Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias. Bogotá, Colombia.

ANEXO N°1: Actividades que, por tiempo o modificaciones durante la residencia, no se pudieron llevan a cabo.

Actividad n°5: El precio de un billete de tren consiste en una cuota inicial más una tasa constante por parada. En la tabla se muestra la comparación del número de paradas y el precio de un billete (en pesos).

Parada	Precio
3	6,50
7	12,50
11	18,50

a. ¿Cuál es el precio por parada?
b. ¿Cuál es la tasa constante?
c. Escribí una fórmula para la función que permita calcular el valor del billete con respecto de la parada.
d. Usa la fórmula para calcular el valor del billete para la parada 9.
e. Realiza un gráfico de la función.
f. ¿En qué parte de la gráfica puedo ver la tasa constante? ¿y el precio por parada?

Conceptos de la actividad.
Registro numérico: tabla de valores. Identificación de pares ordenados como puntos que definen una gráfica lineal. Variables: variables independientes o dependientes. Variación uniforme: crecimiento con cantidades no enteras. Representación gráfica lineal. Identificación grafica de ordenada de origen y pendiente (variación). Fórmulas de problemas de decrecimientos uniformes: fórmula explícita o del tipo $f(x)=ax+b$ y fórmula implícita $ax+by=c$. Equivalencia entre fórmulas.

Intencionalidades/objetivos
Esta actividad, es parecida a las primeras, ya que, tiene un fin “evaluativo”. En el cual se espera que los estudiantes trabajen con la tabla, a partir de esta obtener a fórmula que representa esta situación y también poder representarla mediante un gráfico.

Resoluciones de los alumnos

Posibles soluciones de la consigna **a)**:

- Si cada 4 paradas el valor aumenta \$6, entonces cada una para vale \$1,5.
- Si tres paradas valen \$6,5, entonces una para vale \$2,1666…

Posibles soluciones de la consigna **b)**:

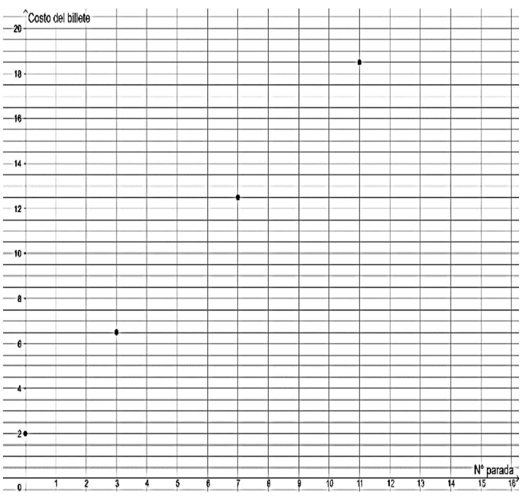
- Cada parada vale \$1,5 entonces 3 paradas valen \$4,5. Para obtener la tasa constante hago la diferencia entre \$6,50 y \$4,5, luego la tasa es de \$2.

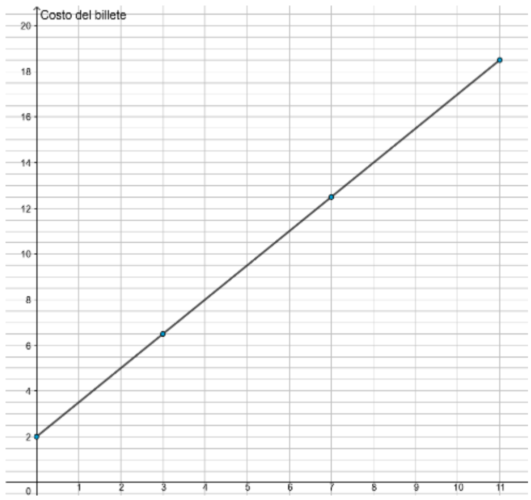
Posibles soluciones de la consigna **c)**:

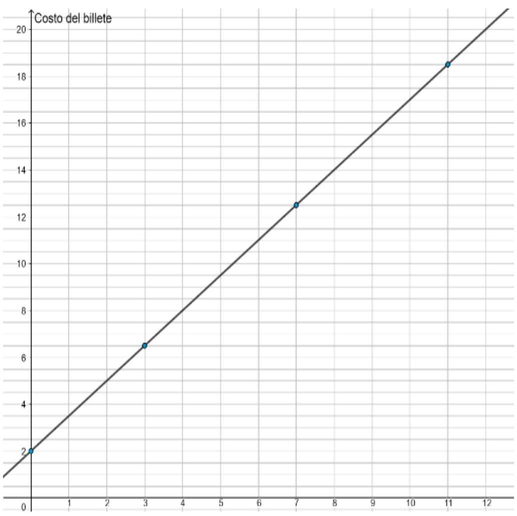
- $C(p) = 1{,}5 \cdot p + 2$
- $C(p-1) = 1{,}5 \cdot (p-1) + 2 = 1{,}5 \cdot p + 0{,}5$
- $C(p+4) = 1{,}5 \cdot (p+4) + 2 = 1{,}5p + 8$

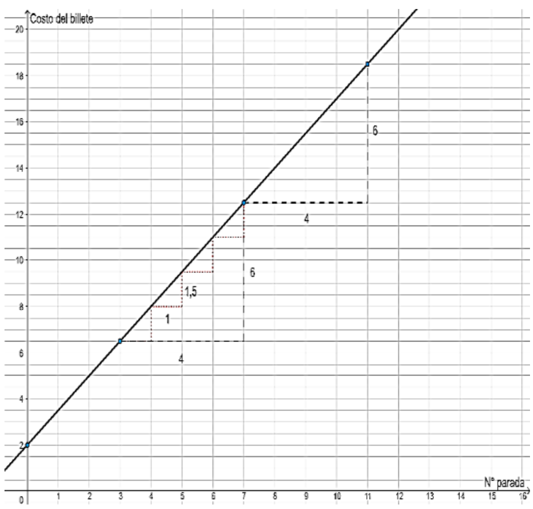
Posibles soluciones de la consigna **e)**:

Utilizando los valores de la tabla:









Comentarios e intervenciones docentes

En las consignas **a)** y **b)** se pueden recurrir a estrategias aplicadas en las actividades 1 y 2. En la consigna **c**), al igual que en la actividad 2, pueden llegar a diferentes fórmulas de funciones y en la discusión colectiva será interesante ver si las fórmulas planteadas son equivalentes o no. En la consigna **e)** y **f)**, esta actividad se diferencia de la actividad 3 porque se centra en que gráficamente puedan identificar la ordenada de origen y la variación uniforme, esta última con el fin de poder introducir el concepto de pendiente.

Conclusiones

Las variables dependientes e independientes son el costo del billete y el n° de parada, respectivamente. Como vimos en las anteriores actividades tienen una variación uniforme. Asimismo, se trata de un crecimiento uniforme, por lo tanto, si se aumenta la variable independiente una cantidad fija, la variable dependiente también varía una cantidad fija.

Una función que tiene variación uniforme y es representada mediante una recta es lo que llamamos función lineal.

Actividad n°6: Decidí si cada tabla puede corresponder a una función lineal. Justificarlo.

$\boldsymbol{x}$	-1	0	1	2
$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$	6	2,7	-1	-4,5

$\boldsymbol{x}$	-1	2	8	11
$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x})$	5	-1	-13	-19

$\boldsymbol{x}$	-2	4	5	8
$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x})$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{23}{8}$	4

Conceptos de la actividad.

Registro numérico: tabla de valores. Variables: variables independientes o dependientes. Variación uniforme. Representación gráfica lineal. Identificación de características que definen a una función lineal.

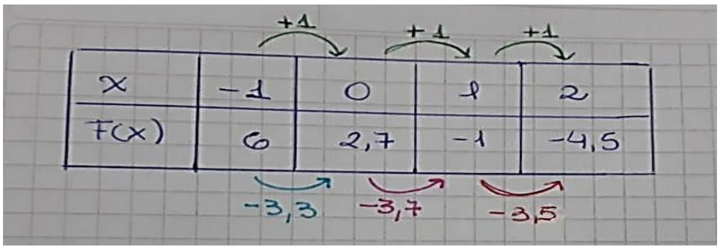
Intencionalidades y objetivos.

Se presenta por primera vez una actividad descontextualizada, en la cual se presentan 3 tablas que representan funciones diferentes. Se espera que los estudiantes con las herramientas que les dieron las anteriores actividades puedan identificar cuáles de estas tablas representan una función lineal y cual no.

Resoluciones de los alumnos

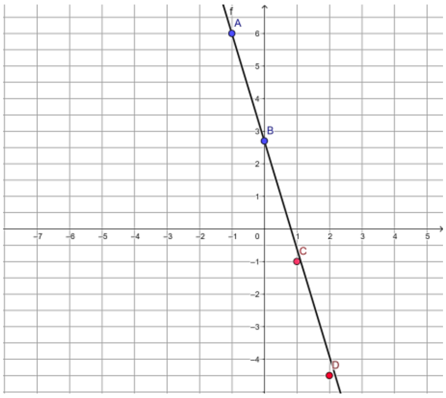
Posibles soluciones para la tabla de *F(x)*:

- Mediante el análisis de los valores de la tabla, se puede observar que no se tiene una variación uniforme:



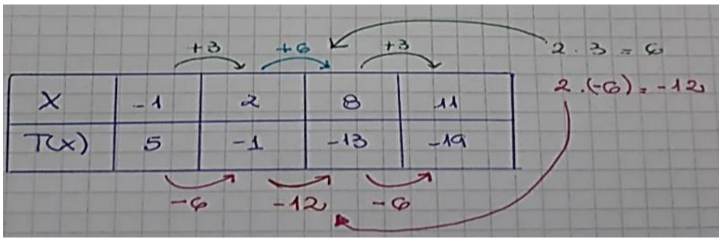
x	-1	0	1	2
F(x)	6	2,7	-1	-4,5

- Mediante el gráfico:



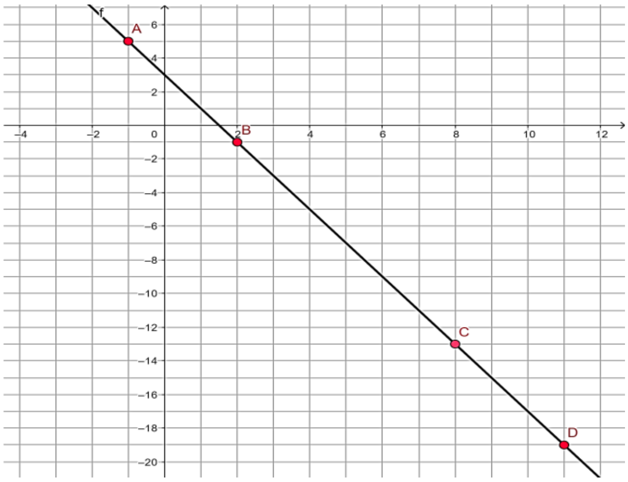
Posibles soluciones para la tabla de *T(x)*:

- Por medio del análisis de los valores de la tabla, se puede observar que se tiene una variación uniforme:



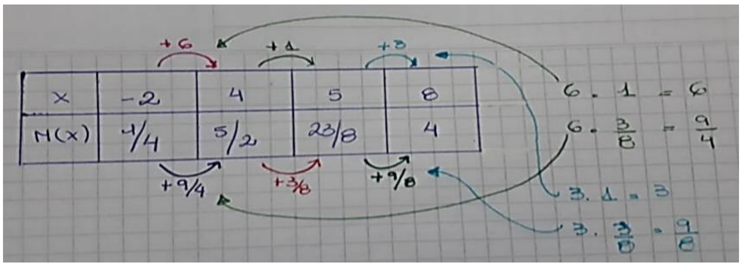
x	-1	2	8	11
T(x)	5	-1	-13	-19

- Por medio del gráfico, se puede observar que se puede representar con una recta, por lo tanto, es una función lineal.



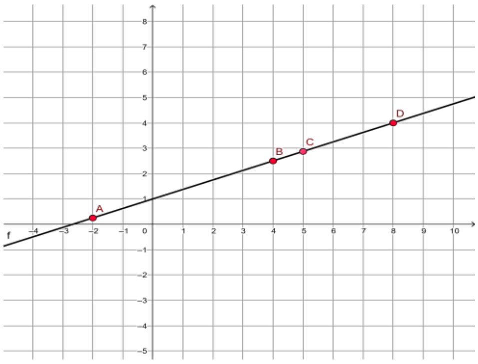
Posibles soluciones para la tabla de *M(x)*:

- Por medio del análisis de los valores de la tabla, se puede observar que se tiene una variación uniforme:



x	-2	4	5	8
M(x)	1/4	5/2	23/8	4

- Por medio del gráfico, se puede observar que se puede representar con una recta, por lo tanto, es una función lineal.



Comentarios e intervenciones docentes

En la primera tabla con un análisis simple se puede identificar que no se tiene una variación uniforme. Por lo tanto, pueden afirmar que no es una función lineal.

También puede pasar que obtén por realizar un gráfico, en lo cual pueden tener un error en la escala ya que no son todos números enteros y lleguen a obtener una recta. Lo cual puede ser refutado con la tabla, y analizando la variación de las variables.

Conclusiones:

Una función lineal es aquella que puede ser representada mediante una recta y tiene una variación uniforme.

Actividad n°7: Hallar la fórmula de la función lineal que cuyo grafico pasa por los puntos A= (-4; 1) y B= (2; 4).

a. Hallar un punto con abscisa -3.
b. Hallar un punto con ordenada 7.
c. El punto C= (4; 8) está alineado con A y B.

Conceptos de la actividad.

Identificación de pares ordenados como puntos que definen una gráfica lineal. Representación gráfica lineal. Identificación grafica de ordenada de origen y raíz. Fórmulas de variación uniforme: fórmula explícita o del tipo *f(x)=ax+b* y fórmula implícita *ax+by=c*. Equivalencia entre fórmulas.

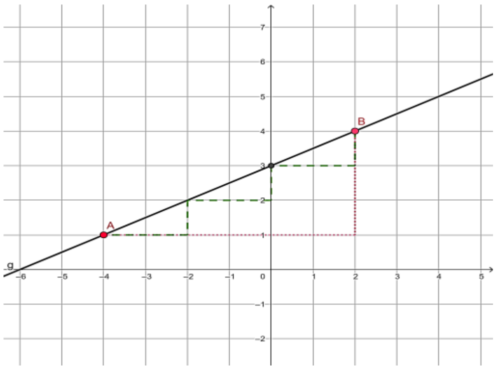
Intencionalidades y objetivos:

Como en la anterior actividad se refiere a una situación descontextualizada. También es similar a la actividad 3 -la del termotanque-, al igual que en aquella tiene el fin de que a partir de dos puntos puedan obtener la formula explícita o implícita, y luego encontrar otros puntos que pertenezcan a la recta con unas características determinadas.

Y también es una nueva instancia para seguir debatiendo la equivalencia de las fórmulas y que información nos da cada una de ellas.

Resoluciones de los alumnos

Posible solución para obtener la fórmula, mediante el gráfico:



Fórmulas:

$$y = \frac{3}{6}x + 3 \text{ o } y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$\frac{x}{-6} + \frac{x}{3} = 1 \text{ o } -\frac{1}{2}x + y = 3$$

Posible solución para la consigna **a)**:

- Por medio del gráfico suponiendo que está en el medio de 1 y 2, entonces el punto es (-3; 1,5)
- Por medio del gráfico, pero analizando la variación, si de 0 a (-6) "*y*" aumenta 3, entonces de 0 a (-3) "*y*" aumenta 1,5. Por lo tanto, el punto es (-3, 1,5).
- Utilizando la formula, remplazando *x* por (-3), es decir:

$$y = \frac{3}{6}x + 3$$

$$y = \frac{3}{6}(-3) + 3$$

$$y = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Por lo tanto, el punto es (-3, 1,5).

Posible solución para la consigna **b)**:

- Utilizando la formula, remplazando *y* por 7, y luego "despejando" es decir:

$$y = \frac{3}{6}x + 3$$
$$7 = \frac{3}{6}x + 3$$
$$7 - 3 = \frac{3}{6}x$$
$$4 \div \frac{3}{6} = x$$
$$8 = x$$

  Por lo tanto, el punto es (8; 7).
- Por medio del gráfico, el punto es (8; 7).
- Por medio del gráfico, pero analizando la variación, si observo el eje de *x* de (-2) a 4 -6 unidades- "*y"* aumenta 3, entonces de 2 a 8 -6 unidades- entonces *y* aumenta 3 y "llega" a 7. Por lo tanto, el punto es (8; 7).

Posible solución para la consigna **c)**:

- Mediante el gráfico, se puede observar que el punto (4; 8) no pertenece a la recta.

Comentarios e intervenciones docentes

Al ser un problema descontextualizado seguramente necesite mucho más de mi intervención. Como, por ejemplo: preguntarles a que ejercicio se parece.

También supongo que la primera instancia, lo que van a hacer es graficar los puntos, aunque el ejercicio no se los pida. Una posible intervención sería preguntarles cómo pueden hallar la ordenada al origen sin realizar el gráfico, lo que va a hacer que pongan en juego otras estrategias que tengan que ver con la variación uniforme y no solamente con lo visual.

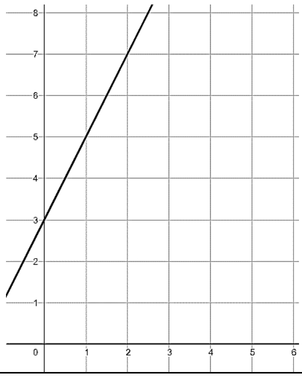
Conclusiones:

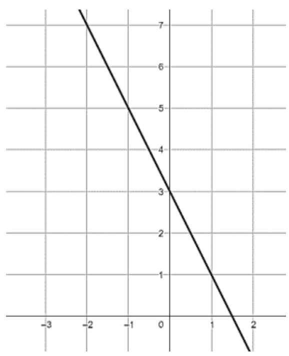
Dados dos puntos en el plano siempre se puede encontrar una recta que los contenga y también se puede determinar la fórmula de la función lineal que la representa.

ANEXO N°2: Fichas de dominó

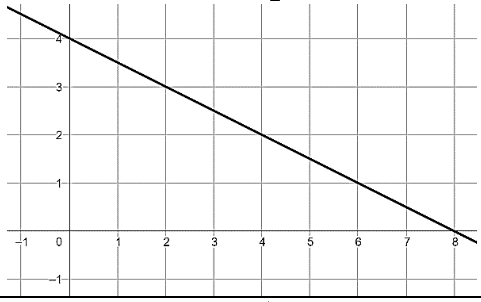
ANEXO N°3: Consignas

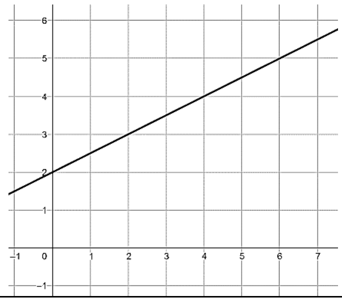
1) Dada la función $y = 2x + 3$, seleccionar el gráfico correcto:



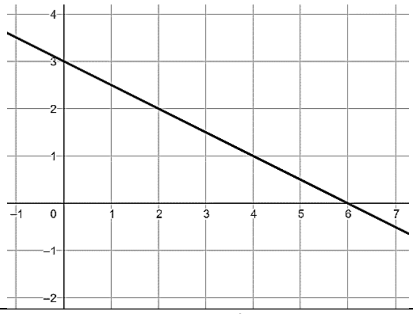


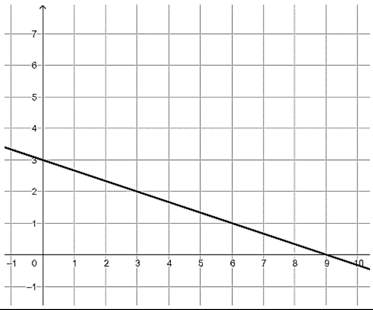
2) Dada la función $y = -\frac{1}{2}x + 4$, seleccionar el gráfico correcto:



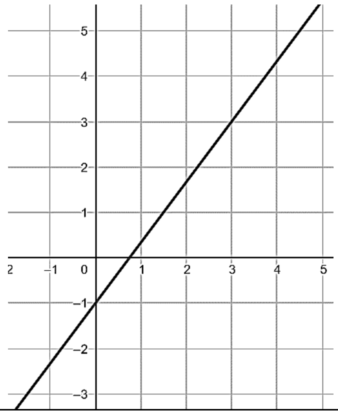


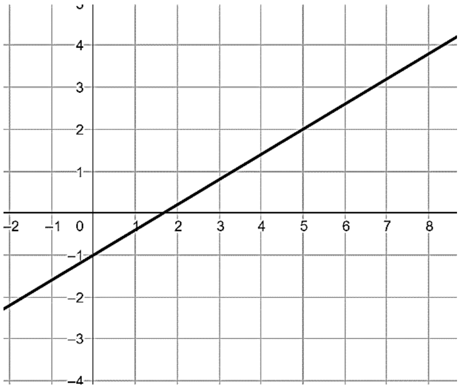
3) Dada la función $y = -\frac{1}{2}x + 3$, seleccionar el gráfico correcto:



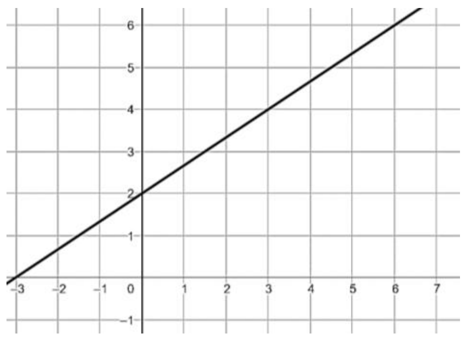


4) Dada la función $y = \frac{4}{3}x - 1$, seleccionar el grafico correcto:





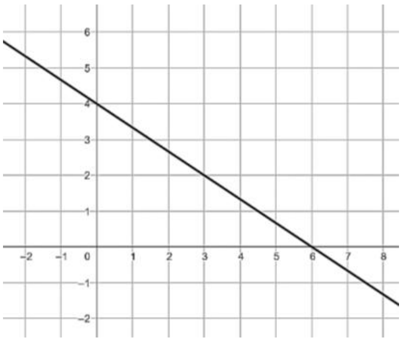
5) Seleccionar la fórmula correcta para el siguiente gráfico:



$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 2$$

$$g(x) = \frac{3}{2}x + 2$$

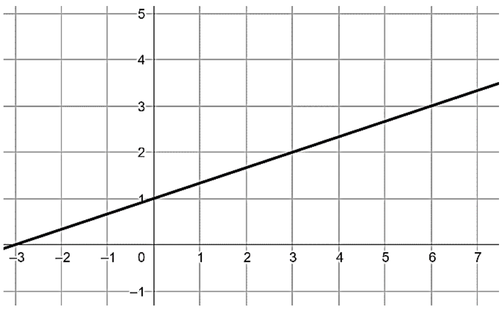
6) Seleccionar la fórmula correcta para el siguiente gráfico:



$g(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$f(x) = \frac{2}{3}x + 4$

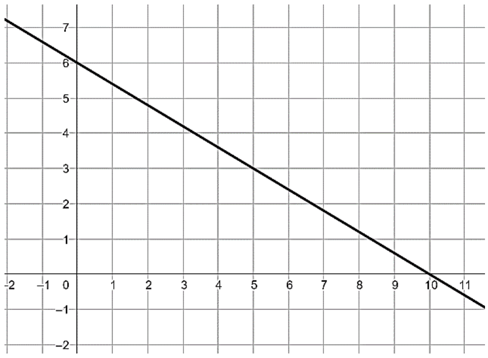
7) Seleccionar la fórmula correcta para el siguiente gráfico:



$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

$g(x) = \frac{1}{3}x + 1$

8) Seleccionar la fórmula correcta para el siguiente gráfico:



$g(x) = -\frac{2}{5}x + 6$

$f(x) = -\frac{5}{2}x + 6$

9) Seleccionar la fórmula correcta para la siguiente tabla:

$f(x) = 2x + 9$

$g(x) = -2x + 9$

x	***y***
2	5
3	3
4	1

1) Seleccionar la fórmula correcta para la siguiente tabla:

x	***y***
1	-1
3	2

5	5

$f(x) = \frac{3}{2}x + 9$

$g(x) = -\frac{3}{2}x + 9$

2) Seleccionar la fórmula correcta para la siguiente tabla:

x	***y***
3	1
5	5
7	9

$f(x) = \frac{1}{2}x - 5$

$g(x) = 2x - 5$

3) Dada la función $y = \frac{1}{2}x + 4$, seleccionar la tabla correcta:

x	***y***
2	8
4	6
8	5

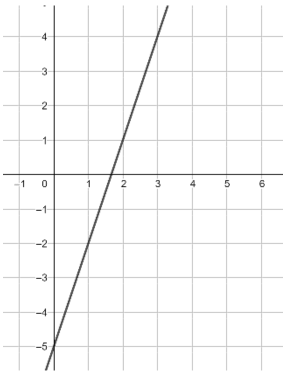
x	***y***
3	5
6	6
9	7

4) Dada la función $y = -3x + 1$, seleccionar la tabla correcta:

x	***y***
6	-1
9	-2
12	-3

x	***y***
2	-5
4	-11
6	-17

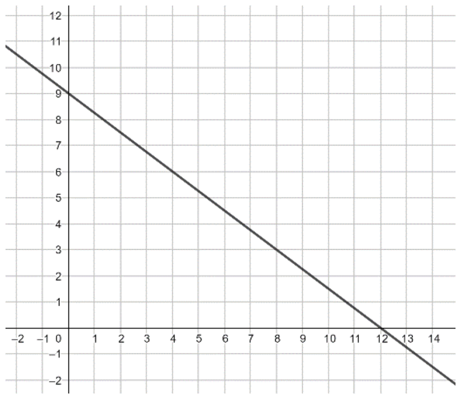
5) Seleccionar la tabla correcta para el siguiente gráfico:



x	***y***
5	10
6	13
7	16

x	***y***
10	8
11	5
12	3

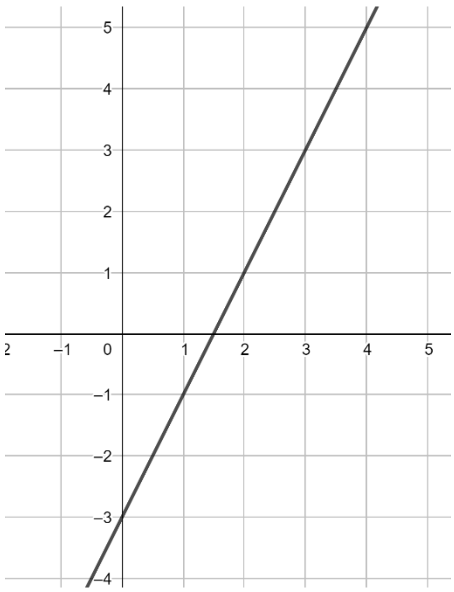
6) Seleccionar la tabla correcta para el siguiente gráfico:



x	***y***
-4	12
-8	15
-12	18

x	***y***
-8	12
-7	15
-6	18

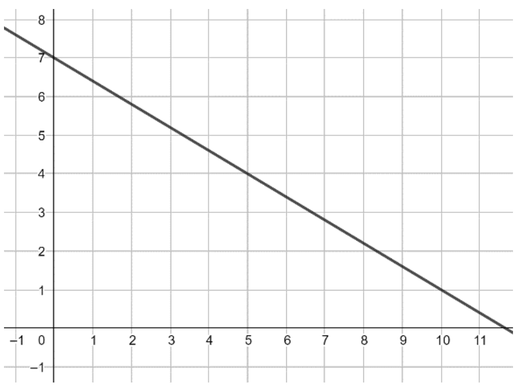
7) Seleccionar la tabla correcta para el siguiente gráfico:



x	***y***
5	8
6	11
7	14

x	***y***
5	7
6	9
7	11

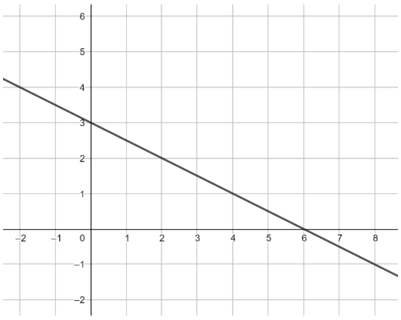
8) Seleccionar la tabla correcta para el siguiente gráfico:



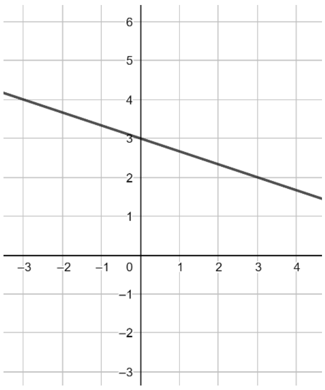
x	***y***
-4	13
-2	11
5	4

x	*y*
-10	13
-5	10
5	4

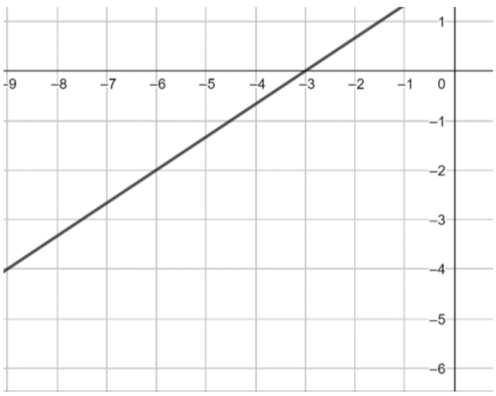
9) Identificar la ordenada y la raíz dada la siguiente gráfica



10) Identificar la ordenada y la raíz dada la siguiente gráfica



11) Identificar la ordenada y la raíz dada la siguiente gráfica



12) Identificar la ordenada de origen y la raíz dada la siguiente fórmula:

$$f(x) = 3x + 1$$

13) Identificar la ordenada de origen y la pendiente dada la siguiente fórmula:

$$f(x) = \frac{7}{3}x + 3$$

14) Seleccionar la fórmula correcta, si la ordenada de origen es 2 y su pendiente $\frac{3}{2}$:

$$f(x) = 2x - \frac{3}{2}$$

$$h(x) = -\frac{3}{2}x + 2$$

$$g(x) = \frac{3}{2}x + 2$$

15) Seleccionar la fórmula correcta, si la ordenada de origen es -3 y su raíz es 4:

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$g(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

16) Seleccionar la fórmula correcta, si la raíz es 2 y su pendiente es $\frac{5}{2}$:

$$f(x) = \frac{2}{5}x - 3$$

$$h(x) = \frac{5}{2}x - 5$$

$$g(x) = \frac{5}{2}x + 2$$

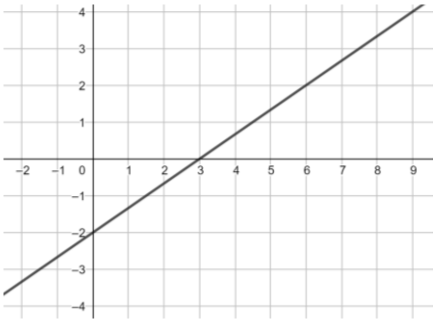
17) Seleccionar la fórmula correcta, si la ordenada de origen es 2 y pasa por el punto (4,3)

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

$$h(x) = \frac{1}{4}x + 2$$

$$g(x) = \frac{5}{2}x + 2$$

18) Identificar la ordenada, pendiente y la raíz dada la siguiente gráfica:



19) Seleccionar la fórmula que representa a la recta contenga al punto *p= (3,4)*:

$$f(x) = 3x + 4$$

$$h(x) = \frac{1}{3}x + 3$$

$$g(x) = -\frac{5}{2}x + 2$$

20) Seleccionar la fórmula que representa a la recta contenga al punto *p= (-1,3)*:

$$f(x) = x + 3$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$$g(x) = -x + 2$$