



*Campo de Prácticas*, junio 2021, ISSN 2718- 8787, pp. 18-60

## **Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos**

**Dalma Cañada**

[dalma.c23@gmail.com](mailto:dalma.c23@gmail.com)

Profesorado en Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNLPam

### **Resumen**

La propuesta se inscribe en el marco del proyecto de investigación Relaciones con el saber en las prácticas de formación del profesorado en matemáticas (Res 480/15 FCH UNLPam). Se centra en las posibilidades de análisis de las prácticas de enseñanza de la matemática focalizadas en los dispositivos residenciales. Se trabaja desde metodologías cualitativas de análisis de casos. El corpus empírico se selecciona a partir de una muestra intencional tomada de las producciones de las/os residentes de las cohortes 2016, 2017 y 2018. Las unidades de análisis quedan constituidas por las producciones –planificaciones, registros de clase, avances de experiencias- de propuestas educativas completamente implementadas por las/los residentes en aulas de educación secundaria. La importancia de este estudio reside en la posibilidad de analizar relaciones con el saber que se construyen, circulan y se manifiestan en la formación de profesorado, en el campo de Prácticas Profesionales Docentes, en contextos de utilización de juegos. Se consideran cuatro relaciones con el saber: construcción-descubrimiento, innovación-reproducción, exterioridad-interioridad e inmovilidad-desplazamiento. El análisis permite reflexionar si, en los casos estudiados, la utilización de actividades lúdicas permite evidenciar

determinadas relaciones que demandan las conceptualizaciones matemáticas o la impronta está marcada por unas vinculaciones que cada residente en su rol docente imprime, independientemente del juego e independizándose también de las nociones matemáticas involucradas, marcas que dejarían traslucir las propias relaciones construidas con el saber.

### **Marco teórico y metodológico**

La propuesta se inscribe en el marco del proyecto de investigación Relaciones con el saber en las prácticas de formación del profesorado en matemáticas. Se centra en las posibilidades de análisis de las prácticas de enseñanza de la matemática focalizadas en los dispositivos residenciales. Se trabaja desde metodologías cualitativas de análisis de casos. El interés reside en la comprensión de las participaciones de los diferentes actores involucrados en tanto fuentes analizadas en el contexto en que se producen. En tanto estudio cualitativo se privilegian muestras acotadas, en las cuales se otorga más importancia a la validez del conocimiento construido que a la posibilidad de generalizar variables medibles de una muestra probabilística a todo un universo. De allí que con este trabajo se propone analizar un número acotado de unidades de análisis, una muestra intencional o basada en criterios (Martínez, 2006). La fuerza está en considerar los más oportunos o potentes para la explicitación de elementos para la comprensión del fenómeno que se estudia –las relaciones con el saber en las prácticas, en nuestro caso–, y los criterios de selección delimitan los alcances y los niveles de generalización (Neiman y Quaranta, 2006). Así, el corpus empírico se selecciona a partir de una muestra tomada de las producciones de las/os residentes de las cohortes 2016, 2017 y 2018. Las unidades de análisis quedan constituidas por las producciones -planificaciones/registros de clase/ avances de experiencias- de propuestas educativas completamente implementadas por las/los residentes en aulas de educación secundaria. La propuesta se centra en la posibilidad de analizar relaciones con el saber que se construyen, circulan y se manifiestan en la formación de profesorado, en el campo de Prácticas Profesionales Docentes, en contextos de utilización de juegos.

Tomamos como referencia que da sentido a las categorías de este trabajo la investigación realizada por el mismo equipo del proyecto de investigación, acerca de las Relaciones con el Saber en las prácticas del profesorado en Matemática - *rapport au savoir*, RAS-

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

realizada en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. En tales posicionamientos, pensar las prácticas de formación docente como una síntesis relacional de saberes implica concebir un conocimiento profesional del profesor como saber vinculado a las prácticas, relacional y complejo, que articula, integra, se enreda en un sistema, es dinámico, situado, siempre en cambio. No puede haber saber fuera de una situación cognitiva, no hay saber sin relación con el saber, no hay saber más que para un sujeto comprometido en una cierta relación con el saber. Y, si el saber es relación, el objeto de una educación intelectual es el proceso de lograr relaciones de saber, no la acumulación de contenidos. En esta concepción, la lógica de la formación es aquella de las prácticas, por definición, contextualizadas y direccionadas. Son prácticas en las que el saber es el elemento distintivo, son prácticas de saber, y los profesores deberán producir efectos de saber en sus alumnos. En este marco, postulamos las *RAS* como analizadores privilegiados y de carácter diferenciador de las prácticas docentes.

El Objetivo general que orienta el trabajo:

Analizar las relaciones con el saber que se promueven en las propuestas de las/os residentes, a partir de la utilización de juegos en las clases de matemática

Objetivos específicos:

A. Analizar qué relaciones con el saber se promueven en las experiencias lúdicas utilizadas por distintas/os residentes para el trabajo con conceptualizaciones de matemática

B. Describir posibilidades educativas a partir de las relaciones identificadas en las experiencias educativas de las residencias mediadas por juegos

C. Integrar este análisis a la reflexión del campo de las prácticas de la formación de profesorado

Tres acotadas hipótesis para el análisis, y restringidas a los casos que se estudian:

. En relación al objetivo A

Se incluyen en las residencias juegos bajo la concepción de dinamizador de saberes ya contruidos antes que propiciador de nuevas relaciones con el saber

. En relación al objetivo B

Cada residente marca desde los juegos que selecciona, diseña o adecua, la impronta de unas relaciones con el saber que son parte de su firma de desempeño profesional

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

particular, el conocimiento no estaría imponiendo la necesidad de unas relaciones propias o particulares de ese saber

Presentamos un esquema síntesis de cada una de las relaciones como dos extremos de una modalidad binarizada, solo para poner en contraste los polos de estos posicionamientos.

La relación construcción - descubrimiento (Di Franco, 2018: 61-62):

<b>Construcción</b>	<b>Descubrimiento y evocación</b>
Las ideas matemáticas se construyen.	Las ideas matemáticas tienen una existencia propia.
El matemático es quien crea o inventa los conceptos matemáticos.	El matemático es quien devela las verdades matemáticas existentes, pero aún desconocidas. Una vez develada, la verdad matemática es expuesta a la mirada de quien sabe mirar suficientemente alto en el cielo de las ideas, a aquel que tiene suficiente poder de abstracción.
La Matemática es construida, fabricada, elaborada.	Matemática dada, bajo una u otra forma -la del don de la inteligencia o la del capital cultural- herencias necesarias para manejar un lenguaje abstracto.
La actividad matemática es crear, producir, fabricar.	Matemática para el matemático es mirar y descubrir.
La enseñanza de la matemática, en las lógicas de lo construido, quiere interrumpir la lógica de las herencias, lucha por la democratización de la enseñanza de la matemática.	La enseñanza de la matemática, en las lógicas de lo heredado, han sostenido las estructuras de clase y de poder. Remite al grupo de los elegidos, por la naturaleza o por la cultura, que puede hacer matemática por su abstracción.

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

<p>Implicaciones pedagógicas: el saber matemático se le propone al alumno como un sistema de conceptos relacionados que permiten resolver problemas, el punto de partida no es la definición sino el problema, el rigor se construye progresivamente, como exigencia interna de la actividad matemática misma. Las expresiones formales vienen a coronar la búsqueda de los alumnos y a otorgar estatuto de conocimiento a la construcción.</p>	<p>Implicaciones pedagógicas: el matemático es quien devela las verdades, el docente toma del matemático los resultados expresados en teoremas, demostraciones, definiciones, axiomas. Presenta a las/os alumnas/os la verdad matemática, incuestionable, pura, rigurosa. El rigor se transforma en la verdad matemática esencial, particularmente el rigor del lenguaje porque es el único soporte del concepto matemático.</p>
<p>Un campo de conceptos toma sentido en un campo de problemas.</p>	<p>El aprendizaje de las matemáticas es difícil porque las matemáticas son abstractas.</p>
<p>El aprendizaje está basado en la actividad intelectual y reflexiva del alumno.</p>	<p>El aprendizaje de la matemática necesita capacidad de abstracción, memorización y aplicación de fórmulas y resultados para los cuales el/la alumno/a no ha construido un sentido.</p>
<p>El rigor se construye progresivamente, como exigencia interna de la actividad matemática misma</p>	
<p>El punto de partida de la actividad matemática es el problema.</p>	<p>El punto de partida de la actividad matemática es la definición.</p>
<p>Dualidad actividad-resultados.</p>	<p>Dualidad abstracto-concreto. Teoricismo.</p>
<p>Actividad intelectual del alumno centrada en trabajar el enunciado de la pregunta que se le hace, estructurar la situación que se le propone. Pensar no es solamente encontrar una respuesta a una pregunta bien planteada, es también formular la pregunta pertinente, es elaborar hipótesis, conjeturas que son confrontadas con otras y testeadas en la resolución del problema. Al utilizarse para resolver otros problemas, obliga a hacer transferencias, rectificaciones, rupturas.</p>	<p>El alumno es capaz si puede ver la verdad (principios, propiedades, enunciaciones) tal como fue revelada.</p>

Figura. Relación construcción-descubrimiento del saber.

La relación innovación-reproducción del saber (Di Franco, 2018: 67-68):

<b>Innovación</b>	<b>Reproducción (tecnicismo-mecanicismo)</b>
Relación vinculada al diseño y desarrollo del currículum real.	Relación vinculada a la implementación eficaz de prescripciones curriculares.
Espacio para cuestionar las propias prácticas pedagógicas. Procesos de transformación autorreflexiva.	Práctica docente, en tanto espacio para reproducir conocimientos.
Introducir algo nuevo en las prácticas de enseñanza y aprendizaje. Algo nuevo que no es sinónimo de lo más reciente ni de algo que no se haya hecho nunca antes, a veces la novedad puede surgir al resignificar algo conocido.	Los profesores, no reconocidos como profesionales que tienen teorías y experiencias o que pueden contribuir a la constitución de una base sistematizada de conocimientos sobre la enseñanza.
Acción estratégica, nuevos patrones de interacción comunicativa, dinámica que da lugar a la reflexión y al cambio. Ideas y propuestas, colectivas, que generan cambio en las prácticas.	Participación del docente: implementación de lo que teóricos y expertos han desarrollado. Seguimiento de protocolos ante los conflictos.
Explorar nuevas maneras de resolver las tensiones entre enseñanza y aprendizaje. Oportunidad de transformar el aula.	Profesor que administra y ejecuta propuestas de mejora educativa diseñadas desde el exterior de las aulas.
Establecer relaciones inéditas y asociaciones inexistentes. Proponer nuevos sistemas de relaciones.	Actividad en el aula: ejercicios de aplicación en forma casi mecánica de una fórmula o un proceso operatorio.
Relaciones entre innovar e investigar: la innovación es un recurso para la generación de conocimiento educativo, didáctico y profesional	No se elaboran conjeturas, anticipaciones, análisis de posibles hipótesis, no hay lugar para las inquietudes personales, los conflictos ni las contradicciones.
Prácticas pedagógicas de autonomía profesional.	Tareas algorítmicas, fuertemente rutinarias, paso a paso para estudiantes.

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

Dinámica para conflictuar y problematizar que dé lugar a posiciones reflexivas y a cambios.	No hay un problema en el sentido estricto del término.
El punto de partida de la actividad matemática no es la definición sino el problema y las posibilidades heurísticas que promueve.	Lo que importa es la reproducción ordenada de métodos de resolución de situaciones que ya han sido sistematizadas.

Figura. Relación innovación-reproducción del saber.

La relación inmovilidad- desplazamiento del saber (Di Franco, 2018: 72-73):

<b>saber inmovilizado</b>	<b>saber en desplazamiento</b>
El saber es considerado posesión del profesor, único poseedor de la verdad. El profesor es 'quien sabe' y el alumno 'quien no sabe', o más allá, el saber es identificado con los expertos, con el saber académico, con una ciencia considerada como externa, cosificada, que cualquier sujeto/a en formación puede y debe, reproducir lo más fielmente posible.	El desplazamiento del saber resulta instituyente, habilita el movimiento, la emergencia, la circulación.
	La posibilidad de circulación, de movimiento de un lugar a otro de la estructura hace posible la apropiación, la re-creación de lo dado.
	La organización de las clases en función de la tarea académica, el saber es cuidado y ocupa el lugar central. Se busca con flexibilidad y por diversos caminos el logro de los objetivos.
El proceso formativo es el resultado, se lo valora como producto, ya acabado e inmóvil, que tiene un estado al que hay que llegar, y que se puede cuantificar/medir.	El saber es una posesión del docente, se encuentra también en los libros, en materiales y recursos didácticos y en las/os propias/os alumnas/os.
	El saber es una construcción, tiene que ver con las intervenciones docentes y con las
Conocimiento verdadero, externo y acabado, universal y ahistórico.	

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

<p>Control exhaustivo de las distintas variables para el trabajo en el aula, rigidez, clases fuertemente estructuradas.</p>	<p>posibilidades de participación comprometida de las/os alumnas/os. Se propone trabajo en grupo.</p>
<p>Actividades de únicas maneras correctas de resolverse</p>	<p>Tratamiento de los contenidos que incorpora complejidades conceptuales como crecientes aproximaciones a los saberes validados de la academia y como expresiones del mejor saber que la sociedad dispone en cada momento.</p>
<p>Sólo queda la posibilidad de la eterna reedición, el retorno a los orígenes y a un nuevo comienzo.</p>	<p>Las/os profesoras/os reconocen al ser en formación como sujetos autónomos, capaces de vincularse con el saber desde un lugar propio.</p>
<p>El alumno es un sujeto/a pasivo/a, como objeto a ser controlado, modelado, nutrido.</p>	<p>Docentes que no les da lo mismo que los estudiantes evadan la tarea, sus intervenciones reflejan capacidad para modificar las consignas y actividades en función de las situaciones emergentes, sin descuidar los objetivos. Evaluaciones que recuperan las construcciones personales de los/as alumnas/os y modificación de las actividades en función de situaciones emergentes.</p>
<p>Prácticas docentes de frustración e impotencia frente a las transgresiones, rigidez e imposibilidad de cambiar el plan de trabajo.</p>	<p>No se trata de un saber de únicos caminos y únicas respuestas.</p>

<p>Desestructuración ante la doble imposibilidad de mantener la actividad y de variar el plan previsto.</p>	<p>Prácticas pedagógicas que incluyen contextos pretendidamente significativos para las/os estudiantes, que reparan en los conocimientos previos, en las complejidades, en el error como inherente a los procesos de construcción, en conflictuar el saber.</p>
<p>Contenidos fragmentados, actividades confusas, transposiciones didácticas claramente inadecuadas.</p>	<p>Tal concepción de la tarea permite efectuar los cambios necesarios en la implementación de la planificación, adaptar, hacer juegos anticipatorios que le brinden amplitud de recursos, en definitiva, desarrollar la propuesta en el aula a sabiendas que el guion del plan necesita incluir el saber en movimiento.</p>

Figura. Relación inmovilidad-desplazamiento del saber.

La relación interioridad-exterioridad del saber (Di Franco, 2018: 78-79):

<p><b>Exterioridad</b></p>	<p><b>Interioridad</b></p>
<p>Sujeto que debe relacionarse con un conocimiento que le resulta inaccesible.</p>	<p>Cuando el/la sujeto/a puede establecer una relación significativa con el conocimiento</p>
<p>Alumno que demanda pistas que le permitan el acceso a la respuesta correcta, proceso que se toma por la apropiación del contenido.</p>	<p>El conocimiento que se presenta incluye e interroga al/la sujeto/a, considera su punto de vista.</p>
<p>Relación que se vuelve mecánica, exterior y exitosa.</p>	<p>El/la sujeto/a se apropia de un contenido que requiere de su elaboración.</p>
<p>Las/os alumnas/os intentan comprender una lógica del docente que no entienden. Relación que se expresa en la atención a las pistas como lógica de interacción en la búsqueda de las respuestas correctas demandada por el docente. Si las/os alumnas/os no resuelven el problema, el/la profesora explica detalladamente cada paso y cada operación, si es necesario vuelve a explicar cada paso.</p>	<p>En una relación de interioridad, de apropiación, el enunciado de una situación se constituye en problema para el/la alumno/a, hace referencia a las vinculaciones desde el/la sujeto/a para el cual ese escenario es significativo. El conocimiento es, entonces, significación y ello incluye por definición al/la sujeto/a para quien significa.</p>

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

<p>Esta forma de presentación del conocimiento inhibe la elaboración de los alumnos que tienden a encontrarle sentido a un texto interpretándolo, relacionándolo con sus conocimientos previos y con elementos del texto vinculados a su experiencia.</p>	<p>Como la significación es el eje central de esta forma de conocimiento, la respuesta en la enseñanza no es una. El énfasis está puesto en las diferentes elaboraciones de los alumnos. Hay una interrogación al/la sujeto/a.</p>
<p>Relación con el conocimiento cuya lógica es la identificación por pistas/palabras claves/tópicos, impele al alumno a desconsiderar sus propias elaboraciones a condición de poder aprehender esa lógica y dar la respuesta correcta.</p>	<p>El alumno es involucrado en la situación, debe referirse a sí mismo, debe buscar su punto de vista. La relación se vuelve significativa, es decir, con valor intrínseco para el sujeto.</p>
<p>Propuesta en la que la posibilidad de un/a alumno/a de vincular un texto o un problema con su experiencia, se ve coartado por la exigencia del docente de reproducir, de ceñirse sólo a un modo y en un orden que él determina.</p>	<p>El docente organiza la transmisión del conocimiento a través de las pistas que va dando a los alumnos.</p>
<p>En las preguntas que el docente les hace, en las respuestas que él mismo da a las preguntas, cuando toma o no en cuenta las respuestas de los alumnos; por medio de todo ello les va dando señales sobre la respuesta correcta.</p>	<p>El alumno es puesto ante una situación, como forma de presentación del conocimiento, que conceptualiza de diversas maneras. El alumno no aplica una definición ya dada, la genera a partir de conceptualizarla, desde sí mismo, asignándole un sentido.</p>
<p>La exterioridad se presenta bajo la consigna del razonamiento versus la memorización, que adquiere en la enseñanza el carácter de un conjunto de operaciones.</p>	<p>Una definición de conocimiento en la que son los propios alumnos los que elaboran un significado.</p>

Figura. Relación interioridad-exterioridad del saber.

En esta racionalidad:

. la relación construcción-descubrimiento permitiría caracterizar qué prácticas instituyen la génesis del saber escolar; entre las posturas teoristas, contemplativas, místicas,

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

encandiladas por la teoría y los procesos cognitivos en situaciones de elaboración, reflexivos y de producción;

. la relación inmovilización - desplazamiento, describe unas prácticas que (in) habilitan interacciones y movilidades, entre una vinculación con el saber de rigidez, de únicos modos, caminos o respuestas, basado en el control y la paralización y unas relaciones de intercambio, transferibilidad, movimiento y circulación;

. la relación innovación-reproducción queda identificada por unas prácticas que generan posibilidades intersticiales, que se mueven entre las redes inéditas, propias, nuevas y apropiadas con los saberes y las relaciones de clausura, de intersticios obturados, valoradas por la replicabilidad; y

. la relación interioridad - exterioridad, se centra en la significatividad de las relaciones con el saber que se promueven en esas prácticas, entre las racionalistas guiadas por la razón -no por la criticidad-, los tópicos externos y el seguimiento por pistas y las conexiones significativas en las lógicas disciplinares a partir de contextos de semantización.

Como resultado del mismo proceso y por las necesidades ante los casos de indagación, se han ido delimitando de manera emergente cuatro indicadores, que terminan resultándonos los identificadores 'naturales' en una formulación comparativa de las cuatro RAS. Los indicadores quedan descriptos por el lugar y la posición que ocupan: el saber, las/os estudiantes, el/la docente y las producciones/planificaciones.

	<b>innovación</b>	<b>reproducción</b>	<b>inmovilidad</b>	<b>desplazamiento</b>
<b>El saber</b>	Proceso de indagación de ideas. Modos particulares de resolver problemas, relaciones particulares entre conceptos. Problemas abiertos. Potencialidad creativa.	Introducción de un saber a través de ejercicios de aplicación mecánica de fórmulas o procesos operatorios. Repetición, replicabilidad.	Acabado e inmóvil, universal y ahistórico. Posesión del profesor.	Se desplaza, ocupa lugares y posiciones en los diferentes sujetos que producen, en los diferentes momentos, en las redes relacionales que se construyen.

Figura. Indicadores de RAS (1)

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

<b>La planificación</b>	La fuerza está en los problemas abiertos antes que en las formalidades o en el orden. No se ata a un plan predeterminado.	La fuerza está en las tareas rutinarias. No hay problemas, hay ejercitación.	Se sigue el plan en el orden y la secuencia prevista. No se puede alterar. Énfasis en el lugar y posición de la secuencia que organiza la adquisición del conocimiento.	No es improvisada pero no queda sujeta a recorridos predeterminados. Necesita elaborarse a sabiendas que incluye un saber en desplazamiento.
<b>Los/as estudiantes</b>	Fuerte participación desde la producción particular. Establecen relaciones creativas con el saber (establecer relaciones inéditas, asociaciones propias, explora nuevas posibilidades)	No hay lugar para inquietudes particulares, no hay conflictos ni conjeturas ni contradicciones. Repetidores de pasos y definiciones.	Sujeto pasivo y receptor. Tiene que llegar a lo que el docente prevé.	Asumen la producción, trabajan en proyectos particulares y articulan con su comunidad de aprendizaje. Son capaces de vincularse con el saber desde un lugar propio.
<b>El/la docente</b>	Promueve dinámicas de participación. Conflictúa, problematiza. Da lugar a posiciones reflexivas y creativas. Oportunidad de transformar.	Administra y ejecuta propuestas técnicamente implementadas.	El poseedor de la verdad científica. Rigidez e imposibilidad de cambios. Tiene que modelar, nutrir y controlar.	El saber no es de su posesión ni permanece siempre en él. Habilita, reconoce al estudiante como productor.
<b>Las ideas matemáticas se construyen, se elaboran.</b>	Tiene existencia propia, hay que descubrirlo en el mundo de las ideas. Matemática dada.	El conocimiento es significación. Conceptualizaciones para las cuales las/os propias/os alumnos otorgan significado. Se prioriza la construcción de sentido a la precisión técnica del lenguaje.	Saber que le resulta inaccesible. Relaciones señaladas exteriormente, comandadas por tópicos o por la cadena de pasos.	
<b>Basada en problemas, en procesos de elaboración del conocimiento.</b>	Énfasis en los resultados, expresados en teoremas y definiciones. Memorización de clasificaciones y aplicación.	Situaciones desde escenarios y contextos que interrogan al alumna/o y habilitan la asignación de significados.	Énfasis en los tópicos y pistas que permiten identificar el saber y/o en los pasos para resolver	

Figura. Indicadores de RAS (2)

Actividad reflexiva, aunque sea con materiales manipulativos. Alumna/o formula, interroga, confronta, produce.	Necesitan poder de abstracción, los que no lo tienen utilizan materiales manipulativos. Dualidad abstracto - concreto. Conocen las verdades reveladas. Tienen que ser capaces de reproducir verdades tal como les fueron transmitidas.	Pueden establecer relaciones significativas, se apropia del saber (vincula con saberes previos, establece relaciones semánticas en las estructuras lógicas de la disciplina)	Deben ser capaces de seguir las pistas y los indicadores para llegar a la respuesta que sabe que el docente espera.
Propone actividades de elaboración. Con las lógicas de la disciplina. Si trabaja con materiales manipulativos, lo que importa es la actividad reflexiva. Racionalidades de lo construido, no de lógicas de lo heredado.	Revela verdades existentes pero aún desconocidas para estos/as alumnos/as.	Promueve las relaciones, la construcción de sentidos y significados.	Exige reproducir las definiciones (caracterizadas por tópicos) o resolver (siguiendo los pasos), en el orden que él enseña.

Figura. Indicadores de RAS (3)

En esta configuración de mediaciones, buenas prácticas quedarían definidas por unas relaciones con el saber siempre provisionales, en movimiento y, en principio contingentes, pero con la fuerza de lo instituyente –dimensión didáctica–; que tienen en la construcción y en la producción una posibilidad de elaboración del saber escolar –dimensión epistemológica–; que generan y aprovechan espacios decisionales a los modos de intersticios entre las prescripciones –dimensión curricular–; y que pueden movilizar una apropiación que no descuide las lógicas de la disciplina –dimensión psicológica– (Di Franco, 2018, 261)

En este estudio en particular, el análisis se realiza a partir de propuestas educativas completamente implementadas por las/los estudiantes residentes, en aulas de educación secundaria, en contextos de utilización de actividades lúdicas. Para comprender la lógica de este estudio es importante considerar que las residencias son las únicas asignaturas de

cursado anual, se desarrollan en el último año de la carrera, a través de un trabajo simultáneo de formación en aulas de la universidad y de desempeño docente de propuestas de clases de trabajo prolongado, una cada cuatrimestre, en los dos niveles de educación secundaria -básico y orientado-. Las producciones de las/os residentes incluyen fundamentaciones, ensayos de innovaciones, planificaciones, reelaboraciones luego de implementadas, diseños de modalidades alternativas de evaluaciones. Los residentes oscilan entre 8 y 12 cada cohorte de los años seleccionados. La importancia de experiencias como la que en esta instancia proponemos - los juegos para analizar vinculaciones con las conceptualizaciones en matemática- reside en la posibilidad de hacer un trabajo simultáneo por desarrollar conocimiento útil a la formación de profesorado y obtener un corpus empírico complejo de captar - nunca directo, desde un necesario desvío metodológico (Blanchard Laville, 2004)- , a partir de la utilización de los juegos, para estudiar desde el campo de las prácticas (Bosch y Gascón, 2009; Planas, 2011; Goñi, 2011; Font y Godino, 2011) nuevas relaciones con el saber (Charlot, 2008; Mastache, 2011, 2012) disciplinar y curricular que prescribe la educación secundaria. En el análisis de las diferentes modalidades de vinculaciones con el conocimiento -de experimentación, deducción, generalización, reflexión, memorización, seguimiento de pistas, etc.-; se consideran las cuatro relaciones con el saber tomadas de la investigación descripta anteriormente: construcción-descubrimiento, innovación-reproducción, exterioridad-interioridad e inmovilidad-desplazamiento (Di Franco, 2018).

Extensa bibliografía (Gardner, 1980, 1983, 1984; Alsina, 2004, 2007; Alsina y Planas, 2008; de Guzmán, 1984, 1989, 2000, 2004; Gairín Sallán, 1990; Gairín Sallán y Escolano, 2006; Gairín Sallán y Amigo, 2010; Lupiañez, Espinoza y Segovia, 2014; D'Alfonso, Grosz, Pedraza y Revuelta, 2015; Brinnitzer, Collado, Fernandez Panizza, Gallego, Pérez y Santamaría, 2015; Amster y Pinasco, 2017) continúa promoviendo la utilización de juegos y señala su importancia como actividad relevante en la enseñanza estratégica de la matemática.

Cuando hablamos de llevar juegos al aula de matemática, no nos referimos sólo a actividades que permitan motivar y atraer a los alumnos, que puedan desestructurar la clase, sino pensar en el juego como aquel que permite a los alumnos buscar nuevos caminos en la resolución de determinadas actividades. Bajo ese supuesto, el juego habilita que las/os alumnas/os desarrollen sus propias estrategias, hipoteticen, hagan ensayos de

anticipación, utilicen representaciones oportunas a conceptos involucrados, expliquen y defiendan sus producciones, justifiquen sus procedimientos y resultados, argumenten y discutan con sus pares e intercambien diferentes argumentos a partir de ideas propias. Sin embargo, en las aulas de la escolaridad obligatoria de nuestros contextos se siguen identificando muchas dificultades a la hora de pensar en el juego como un recurso de intervención curricular estratégica y esta situación resume nuestro problema de estudio. Todos son campos de análisis profundos y complejos. Necesitamos poder ir abordándolos, gradualmente, desde diferentes contextos de emergencia que permitan construir comprensión alrededor de estas problemáticas de la formación docente.

Vamos a considerar experiencias lúdicas a todas aquellas que el/la residente le haya dado ese carácter explícito en sus propuestas de aula, que estén presentadas como modalidades y dinámicas de juego. Beatriz Villabrille (2010) señala que los juegos pueden ser reglados o libres, de estrategia o de azar, colectivos o individuales. Estas clasificaciones no son rigurosas, siempre dependen de cómo sean presentadas y qué se pretenda con ellas. Paradojas, trucos de magia, adivinanzas, puzzles, dominós, juegos de lógica, balanzas, mezclas, tableros, juegos de azar, experiencias que permitan construir una caracterización de algunas concepciones de juego que está presente en las prácticas, desde las relaciones que habilita con el conocimiento.

### **Las RAS para analizar prácticas mediadas por juegos**

A continuación se realizará el análisis de distintos juegos encontrados en las planificaciones de las actividades llevadas a cabo por las/os residentes. Es importante señalar que las actividades seleccionadas constituyen alguna parte central en el tratamiento del tema de enseñanza, no se trata de una consigna sin trascendencia sino de situaciones priorizadas por el/la residente en la elaboración de su plan.

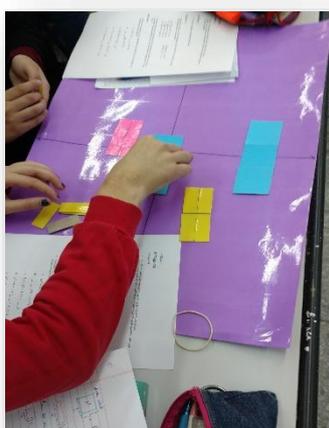
Anticipamos con un cuadro resumen un esquema en que sintetizamos los casos analizados con el nombre de la actividad que se le asignó en la propuesta de aula, el número de actividad -que ayuda a pensar en momentos iniciales o finales en el desarrollo de la secuencia-, el objetivo que trasluce parte de la intencionalidad docente y la/s relaciones en que focalizamos las reflexiones.

Actividad y su orden en la propuesta de aula	Objetivo	Relaciones con el saber
¿Qué tenemos en común? Actividad 1	Construir y comprender el significado de la factorización.	Innovación, construcción, saber en desplazamiento, interioridad.
Actividad 3: Factor común por grupos	Poner en práctica el método de factorización, factor común por grupos.	Reproducción, exterioridad.
El tiempo entre sistemas. Actividad 1: Mezclando	Comprender la noción de sistemas de ecuaciones.	Construcción, innovación, saber en desplazamiento, interioridad.
Actividad 3: Camino de sistemas	Resolución de sistemas de ecuaciones por diferentes métodos: sustitución, igualación, sumas y restas.	Reproducción, descubrimiento y evocación. Movilidad, circulación. Interioridad.
Actividad 4: Bingo de sistemas	Resolver sistemas de ecuaciones mediante el método más conveniente: sustitución, igualación, sumas y restas.	Reproducción y exterioridad.
Un mundo irracional. Actividad 1: Un nuevo grupo de amigos	Interpretar la noción de un número irracional.	Construcción, saber en desplazamiento.
Actividad 3: Rediseñando el patio con irracionalidad (1)	Construir procedimientos de suma y resta de números irracionales.	Construcción, innovación, saber en desplazamiento.
Actividad 4: Rediseñando el patio con irracionalidad (2)	Construir procedimientos de multiplicación y división de irracionales.	Construcción, innovación, saber en desplazamiento e interioridad.
Actividad 5: Bingo irracional.	Resolver sumas, restas, divisiones y multiplicaciones de números irracionales.	Reproducción e interiorización significativa

Un mundo irracional. Evaluación	Operar con números irracionales.	Interiorización significativa
Polimatemática Actividad 1: Armandó cajas.	Utilizar expresiones algebraicas para construir polinomios	Construcción, desplazamiento y circulación, interioridad
¿Elevando cubitos? Actividad: Rompecabezas	Construcción de las propiedades de potenciación	Se orienta hacia el descubrimiento, importante circulación y desplazamiento
¿Elevando cubitos? Actividad: Memotest.	Construcción de las propiedades de la radicación	Se orienta hacia el descubrimiento, importante circulación y desplazamiento
¿Harry Potter en el mundo mágico de las fracciones? Actividad 1: Juego del uno.	Comprender lo que forma parte del entero, fracciones equivalentes.	Construcción, interioridad e innovación.
Actividad 3: Guerra de fracciones.	Comparar fracciones a partir de su representación numérica y geométrica.	Innovación, construcción, interioridad.
Actividad 5: uno y medio con fracciones.	Sumar y comparar fracciones.	Construcción, saber en desplazamiento, innovación e interioridad.
El Potencial de las raíces Actividad 1: Cubitos I.	Apropiarse del concepto de Potenciación en el conjunto de los números naturales.	Interioridad, construcción, innovación y saber en desplazamiento.
El Potencial de las raíces Actividad 2: Cubitos II.	Apropiación del concepto de potenciación en el conjunto de los números naturales.	Interioridad, construcción, innovación y saber en desplazamiento.

Encajar cubitos para definir una nueva operación	Conceptualizar la radicación en el conjunto de los números naturales.	Construcción, innovación, saber en desplazamiento e interioridad.
Actividad: Rompecabezas de propiedades	Construir las propiedades de la radicación de números naturales.	Reproducción, saber en desplazamiento.
El Potencial de las raíces Actividad: Raíces en un hexágono.	Poner en práctica de las propiedades de radicación y potenciación. Así como también la resolución de cálculos combinados con potencias y raíces.	Reproducción, exterioridad y movilización.
Relatos geométricos Actividad: Rompecabezas.	Establecer las condiciones de constructibilidad de los triángulos.	Reproducción e interioridad
Relatos geométricos Actividad: Carrera de obstáculos.	Poner en práctica los conceptos de área y perímetro de triángulos y cuadriláteros	Reproducción e interioridad.

*¿Que tenemos en común? Actividad 1, qué significa factorizar.*



Se presenta una actividad lúdica apoyada en la manipulación de figuras con las que se intenta construir y comprender el significado de la factorización. Se utilizan como materiales un cuadrado de área  $x \cdot x = x^2$ , y dos rectángulos cuyas áreas son obtenidas del producto de las dimensiones de sus lados, en particular,  $1 \cdot x = x$  y  $1 \cdot 1 = 1$ . Las fichas funcionan como soporte en la designación de lados de dimensión  $x$ .

La actividad consta de cuatro partes:

-en un primer momento los/as alumnos/as, separados en grupos, deben formar un rectángulo con algunas de las fichas que les tocaron y luego escribir una expresión que permita representar el área del mismo;

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

- como segundo momento se plantea que armen un único rectángulo con todas las fichas que poseen -situación que no es posible- y demanda que las/os alumnas/os adviertan y argumenten acerca de las condiciones de constructibilidad;
- la tercera consigna propone armar distintos polinomios dados y,
- en la cuarta tienen que completar igualdades con polinomios ya se encuentran factorizados.

Nos centramos en relaciones con el saber basadas en la construcción del conocimiento, la innovación, el movimiento, la circulación y la interioridad, ya que las consignas planteadas por el docente parten desde una aparente “manipulación de material concreto” y se va explicitando que no es el material el que les brinda la información que requieren, tienen que apelar a otro tipo de trabajo interno. Se propone una tarea en grupos que lleva a que las/os alumnas/os se involucren en la situación para poder exponer su punto de vista. Se puede afirmar que se parte de un problema formulado en consignas que no permiten la aplicación mecánica. Se trata de una actividad reflexiva y argumentativa, con consignas que invitan a conflictuar y problematizar la posible construcción de los diferentes rectángulos y todo el tiempo tienen que hipotetizar y elaborar conjeturas acerca de las razones por las que hay casos en los que se puede realizar y casos en los que no, el trabajo de los/as alumnos/as se tiene en cuenta para formular la definición formal a la que el/la docente apunta con la propuesta. Las/os jugadores no tiene decisión acerca de las fichas que les tocan, la fuerza está en las argumentaciones en relación a los productos que esas fichas permiten.

### *Actividad 3, el caso de los factores comunes por grupo.*

En esta actividad se plantea un juego en el que las/os alumnos, en dos equipos de dos jugadores en cada uno, para poder factorizar mediante factor común por grupos el polinomio que les tocó, necesitan que el equipo contrario describa el polinomio. Una vez que cuentan con esa información, si resuelven de manera acertada suman un punto, en caso contrario el punto será para el equipo contrario. La función del equipo contrario en cada ronda será la de controlar que se factorice el polinomio de manera correcta o reclamar el punto en caso contrario.



Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

Este juego fue utilizado para poder poner en práctica un método ya aprendido por los/as alumnos/as, de una forma más entretenida, pero solo implicaba que los/as alumnos/as apliquen un método y no problematicen sobre ningún conocimiento. Decimos que esta propuesta establece las relaciones de reproducción y exterioridad con el saber, ya que se propicia que los alumnos apliquen las recetas que ya aprendieron anteriormente para resolver ejercicios de manera mecánica y memorística y así poder participar del juego de manera competitiva.

*El tiempo entre sistemas. Actividad 1, las mezclas de pinturas para configurar sistemas de ecuaciones.*



En este juego introductorio, las/os alumnas/os cuentan con unos frascos transparentes, pinturas de color azul y de color rojo, y algunas informaciones como el precio del mililitro de color azul, los 10 ml de color rojo y cuánto fue gastado en la conformación de cada color en los frascos de muestras. Se propone trabajar en grupos. El desafío que tienen los alumnos es armar exactamente los mismos colores que los de las muestras, y la estrategia con que inician está basada en el ensayo y el error. Las muestras de los frascos a disposición de los alumnos permiten percibir a simple vista si un frasco contiene mayor cantidad de mililitros de un color o de otro o tienen de los dos en cantidades similares. Así inicialmente, van estableciendo un procedimiento y construyendo relaciones con la información, que limita la cantidad de ensayos, y con ello llegan a expresar el problema en un sistema de ecuaciones. Una de las virtualidades de la actividad está en que los alumnos mediante la comparación de colores de las muestras pueden determinar si obtuvieron la cantidad correcta de color azul y rojo en cada frasco; las respuestas correctas no dependen de la aprobación del/la docente sino que el mismo contexto les ofrece la posibilidad de retroacción.

Las relaciones con el saber descriptas a partir de la construcción, la innovación y los saberes en desplazamiento e interioridad tienen mayor fuerza en esta actividad. Se parte de un juego en que todos los alumnos participan “probando” y relacionando con las diferentes informaciones/pistas que les aportan los enunciados y los frascos de colores ya

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

formados. El trabajo en equipo en esta propuesta demanda que cada estudiante se involucre en la situación, de su punto de vista, explique sus razones para probar con determinados resultados y no con otros. Se parte de un problema para resolver basado en la mezcla de las pinturas para armar un color como el de la muestra, que es muy innovador, y que junto a las pistas van permitiendo las escrituras que apuntan a la construcción de la definición de sistemas de ecuaciones.

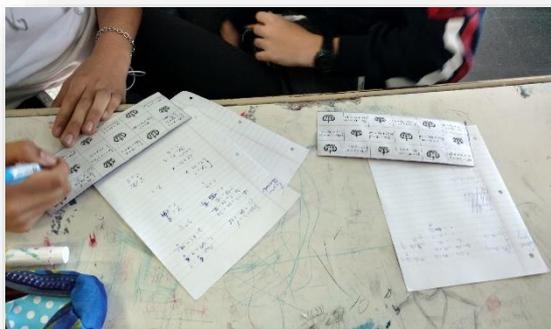
*Actividad 3, caminos de sistemas para tener métodos alternativos de resolución de los sistemas de ecuaciones.*

En esta situación se presenta un juego que consta de un tablero con un camino para avanzar y cartas. Las/os alumnas/os van girando las cartas e intentando resolver las situaciones allí planteadas. Si lo hacen correctamente avanza de casillero, si no se quedan en el casillero que están. Este juego requiere que los alumnos apliquen los métodos que, de acuerdo a la propuesta de aula ya conocen, para resolver sistemas de ecuaciones de la manera más eficiente, ya que el primero que finaliza gana.



Por lo tanto, si bien es importante la resolución de manera correcta de la tarjeta, lo más importante es que los alumnos puedan identificar cuál es el método de resolución más oportuno en función de la manera en que está planteado el sistema en las cartas. Esto refuerza los sentidos de aprender diferentes métodos de resolución, no para disponer de mecánicas alternativas sino porque cada uno es más conveniente para una u otra situación. Lleva a que las/os contrincantes estén pendientes de la resolución de sus compañeras/os y mediante la comprobación de los resultados puedan determinar si es válida o no la respuesta, habilita la movilidad y la circulación de los saberes. Cada método es una técnica y tiene una forma de aplicarse más o menos algorítmicamente, que nos hace enmarcar en relaciones de descubrimiento y evocación y de reproducción; pero, en función del formato en que está planteado el sistema, hay un método que resulta ser el más eficiente y económico para resolverlo, por lo que se necesita por parte del alumno la identificación de cuál, la utilización estratégica de los métodos, y con ello las relaciones de apropiación y de interioridad.

*Actividad 4, Bingo de métodos de resolución, para la selección estratégica de métodos.*



En este juego se plantean muchas tarjetas con diferentes sistemas de ecuaciones, en cantidades proporcionales para resolver con cada método. Los alumnos resuelven cada uno de ellos y luego se procede a un sorteo por el que se van obteniendo cartones con las

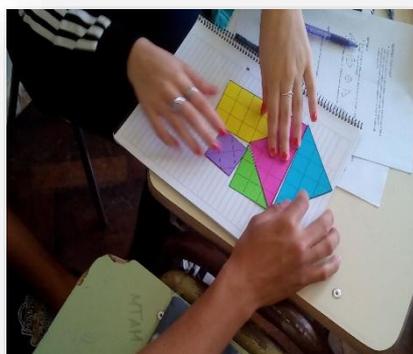
soluciones de los distintos sistemas. El primero de todos los estudiantes que logra completar una línea, gana. En esta oportunidad se pretendió, al igual que en la actividad anterior, que los alumnos apliquen los diferentes métodos según lo consideren conveniente por la forma en que aparece planteado cada uno de ellos. La posibilidad de ganar en el juego depende del azar, de la suerte que haya salido un cartón con las soluciones de los sistemas que también les tocaron por suerte y el espacio de decisiones para los jugadores está en que elijan el método más oportuno y eficaz para la resolución, que incide también en que resuelvan el sistema correctamente y tengan las estrategias para controlar que las soluciones encontradas son las correspondientes.

Se puede advertir que la reproducción y la exterioridad marcan fuertemente las relaciones con el saber que propone la actividad, a partir de la posibilidad de aplicar mecánicamente un método para resolver los distintos sistemas de ecuaciones. Aun así, ya que por cualquier otro método también podrían resolverlo de la forma adecuada, el/la docente condiciona para que apliquen el método más oportuno en cada resolución, pero como sucede en la actividad anterior la elección del método más adecuado de resolución, y la correcta resolución le dará una mayor posibilidad de ganar o no. Los/as estudiantes tienen gran autonomía en cuanto a su elección, resolución y comprobación, es por eso que, al

verse involucrado en la situación, las decisiones que tomará serán para tener un escenario mucho más favorable a la hora del azar, es por eso que se avanza sobre relaciones de interioridad en la apropiación de significados y sentidos a la elección de un método por sobre otro, de acuerdo cómo se encuentren planteados los sistemas de ecuaciones.

*Un mundo irracional. Actividad 1, Un nuevo grupo de amigos para la conceptualización de números irracionales.*

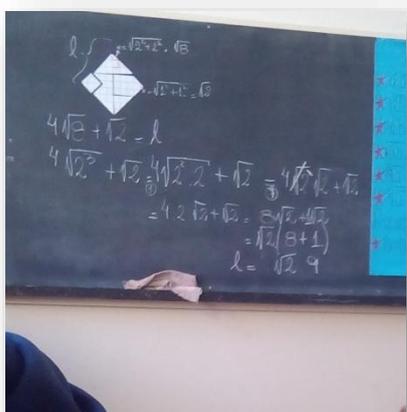
En esta actividad, a partir de dos fichas cuadradas de lado 1, y por lo tanto de área 1, se propone que formen un cuadrado más grande, que tiene que tener área 2 como condición. Se pretende que, a través de las herramientas que poseen, calculen el lado del nuevo cuadrado, bajo las condiciones del problema. De este modo se propone llegar a la necesidad de pensar en otro conjunto numérico, ya



que el conjunto de los racionales no es suficiente para resolver el problema.

En la recuperación de la experiencia se pueden ir identificando con fuerza las relaciones de construcción y los saberes en desplazamiento. Se parte del armado de un rompecabezas, que con la guía del docente y las preguntas para hacer reflexionar a los/las estudiantes, argumentar cuál es la medida de los lados del rompecabezas formado, para finalmente llegar a elaboraciones de las/os alumnas/os acerca de una noción de irracionalidad que es particular acepción en la matemática, y con ello la oportunidad de trabajar con un nuevo conjunto numérico.

*Actividad 3, Rediseñando el patio (1) para sumar y restar números irracionales.*

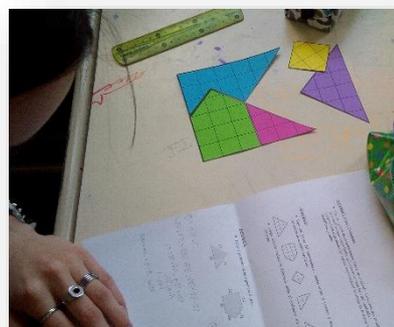


La actividad está diseñada a partir de la utilización de las fichas del conocido juego chino Tangram, aprovechando que los lados de las piezas quedan determinados por longitudes irracionales. La consigna propone que las/os alumnas/os, en grupos, armen con las piezas del tangram una de las sombras que se les brinda, que son variadas, y luego la consigna se basa en la necesidad de calcular el perímetro de toda la

figura, y para eso deberán sumar y restar números irracionales. La situación está muy armada desde la recursividad ya que requiere que utilicen herramientas que usadas anteriormente, desde el teorema de Pitágoras hasta recuperar el resultado de la primera actividad. Entonces, se aprovecha la posibilidad que ofrece el juego del Tangram para armar figuras, diversas y a elección de las/os alumnas/os. Las figuras están diseñadas para que sus lados necesiten expresarse con números irracionales, para que calcular el perímetro o sumar sus lados demande operar con irracionales: sumar, restar irracionales, multiplicar irracionales por un racional. Claramente la mediación del juego reemplaza la imposición por la necesidad en relación a los saberes.

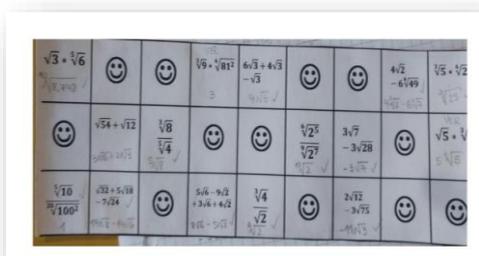
*Actividad 4, Rediseñando el patio (2), continúan las operaciones de multiplicación y división de algunos irracionales.*

En esta actividad y utilizando los materiales anteriores se pretende que mediante el cálculo de áreas de las distintas figuras que componen el tangram se pueda llegar a la multiplicación de números irracionales, ya que en algunas figuras no se presentan problemas al tener sus lados con números enteros, pero en otras se requiere de la multiplicación de irracionales para poder calcular el área. Con procedimientos análogos a los de la actividad anterior, el cálculo de las áreas



Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

que forman las distintas figuras geométricas permite ahora avanzar sobre la conceptualización de la multiplicación de números irracionales - se toma como referencia inicial la raíz cuadrada de dos, irracional con el que se viene trabajando en la secuencia desde la primera actividad-. Es clara la intencionalidad docente en el diseño de consignas, de ir construyendo en gradualidad e incorporando distintas complejidades el trabajo matemático con irracionales expresados como raíces de números primos y sus múltiplos y submúltiplos, en los casos de raíces de distinto índice, entre otras. Tan interesante como en el caso anterior, el cálculo de áreas a partir del juego con las figuras del Tangram traduce necesidades de trabajar con las operaciones entre irracionales. Relaciones de construcción, innovación, saber en desplazamiento e interioridad quedan bien ejemplificadas con este caso.



*Actividad 5, Bingo irracional, integración de operaciones con irracionales.*

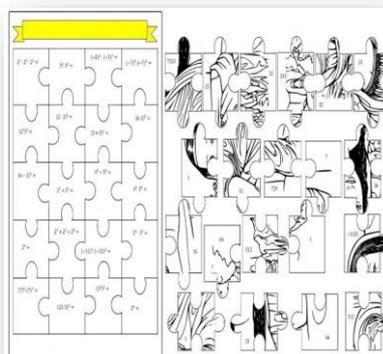
Se plantea el juego de un bingo para integrar y aplicar todos los conceptos trabajados en las actividades anteriores. En esta oportunidad los alumnos deberán resolver de forma correcta las operaciones, ya que si no es así no podrán ganar. Se pone en juego la

utilización eficiente de las operaciones. Volvemos a identificar una actividad una que tiene mucha fuerza en la reproducción y en la replicabilidad de las técnicas para operar como en la interiorización significativa de las conceptualizaciones puesta al servicio de decidir caminos eficientes de resolución.



¿Elevando cubitos?, Actividad de rompecabezas, propiedades de la potenciación.

En esta actividad, que el residente destaca como la que más entusiasmo y llevó a que todos los alumnos trabajaran, tenía como objetivo la construcción de las propiedades de la potenciación. El juego consistía en resolver distintas potencias como ya lo sabían hacer y luego hacer coincidir las piezas que tenían las cuentas con las piezas que tenían los resultados. Luego, mediante la intervención docente, se comenzó a indagar sobre las piezas que



arrojaban el mismo resultado para llegar a la conclusión de que había distintas posibilidades y caminos para realizar la misma cuenta, lo que me permitía a veces tener alternativas, otras tener procedimientos más económicos. De este juego se puede obtener mucha información, permite a las/os alumnas/os visibilizar que hay distintas cuentas que tienen bases iguales y los resultados también coinciden, por lo tanto se debe empezar a analizar qué sucede con los exponentes en cada oportunidad. Si bien no se construyen las propiedades como generalización de procesos aritméticos, es claro que se produce una gran movilización en la relación con los saberes y nos permite cuestionarnos en qué tipo de relaciones se han logrado procesos de mayor participación.



*Actividad Memotest, propiedades de la radicación*

El juego con las reglas del memotest -ir dando vuelta fichas por pares hasta encontrar las que arman la correspondencia- focaliza ahora en las propiedades de la radicación.

En esta actividad los alumnos resuelven primero las cuentas y luego van analizando diferentes combinaciones que les permiten reflexionar sobre las posibles propiedades de la radicación. Aunque como los alumnos debían sacar muchas cuentas, la dinámica del juego favorece para que se puedan identificar igualdades aritméticas que más tarde son las propiedades de la radicación.

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

*¿Harry Potter en el mundo mágico de las fracciones?, Actividad 1, Juego del uno, fracciones como parte del entero, fracciones equivalentes.*

Las/os alumnas/os se organizan por pares de equipos.

El juego consiste en que, cada equipo contrincante arme la mayor cantidad de enteros posibles con las fichas que les tocaron. Las diferentes fichas

representan  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{6}$  del entero. Luego de

componer los enteros, los alumnos deben poder explicar a sus equipos opositores qué parte del entero

ocupa cada una de las piezas y si hay partes del entero que se pueden armar con diferentes fichas o fichas

que ocupen superficies equivalentes. Este juego

permite iniciar la construcción de la noción de

equivalencia por superposición de partes.

La idea de manipulable tiene en este juego una máxima expresión y colabora para explicar que no es la manipulación *per se* la que garantiza el aprendizaje, no se trata de tener las fichas en las manos, sino de las relaciones que se construyen. Este es un ejemplo que traduce centralmente las relaciones de construcción. Además este juego permite que el/la sujeto/a establezca una relación significativa y de interioridad con el conocimiento, ya que se parte desde un problema que es representado en las consignas y en intentar formar la mayor cantidad de enteros estableciendo relaciones entre las fichas necesarias para formarlos, la participación en grupo no es menos importante ya que los alumnos deben argumentar, y defender su punto de vista para intentar convencer a sus compañeros qué técnica les permitirá formar mayor cantidad de enteros. Sumando a esto se da la relación de innovación, ya que se parte desde un recurso tangible para que se produzcan nuevas maneras de relación con el saber, dinámicas y desestructuradas.



Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

*Actividad 3, Guerra de fracciones, comparación de fracciones a partir de su representación numérica y geométrica.*

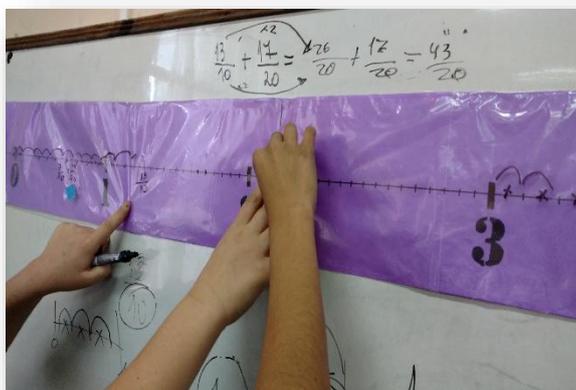


Se trata de un juego grupal en que se comparan pares de fracciones que aparecen en tarjetas, primero acompañadas de representaciones geométricas como soporte y luego sólo desde la representación numérica. Cada equipo tiene que pensar cuál es el argumento por el cual asegura que su fracción es mayor. De tal manera se van aceptando criterios que luego

sirven para comparar otros pares de fracciones y se van generalizando. Así, se da carácter de principio al caso en que si tenemos fracciones de numerador 1 será mayor la que tenga menor denominador o, se puede explicitar la relación por la cual identificamos todas las fracciones que son mayores que  $\frac{1}{2}$ . A partir de este juego, los propios estudiantes son los que construyen las diferentes estrategias que permiten comparar las fracciones, estrategias que son tomadas por el docente para la formalización del conocimiento. En este caso la/el docente propone nuevas formas de introducir a sus estudiantes en la comparación y construcción de un conocimiento determinado, son ellas/os mismas/os quienes, de manera reflexiva, a partir del problema que les supone determinar en cada caso qué fracción será mayor, y desde su punto de vista, establecen una relación significativa con ese conocimiento.

*Actividad 5, El uno y medio, operaciones con fracciones.*

Este juego se realiza de manera grupal, por cada ronda un integrante cumple el rol de cartero, y va repartiendo a sus compañeros las tarjetas que le son requeridas. Los alumnos deben ir pidiendo cartas de manera que, quien se aproxime lo más posible a uno y medio con las



Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

fracciones que tienen en la mano y sin pasarse -aproximación por defecto, no por exceso- gana la ronda. En cada vuelta de juego se comparan las cartas que tiene cada jugador/a, el hecho de que las cartas tengan las fracciones de manera gráfica ayudará a los alumnos en la toma de decisiones cada vez que debe o no pedir una nueva tarjeta. El juego invita a que los alumnos estén anticipando y reflexionando en cada oportunidad, de acuerdo a las cartas que poseen, si deberán o no pedir una nueva, si les conviene arriesgarse. Esta estrategia ha generado participaciones muy involucradas con las fracciones, que se traducen en relaciones significativas con el conocimiento. El trabajo de escritura de los ejemplos que ocurren en las distintas rondas permite elaborar aproximaciones a la suma de fracciones con igual y distinto denominador. Las relaciones con el saber que en esta actividad predominan son las de innovación, interioridad, saber en desplazamiento que conlleva a la construcción del mismo, a partir de las diferentes jugadas e intervenciones.

*El Potencial de las raíces, Actividad 1, Cubitos I, para introducir la potenciación de números naturales.*



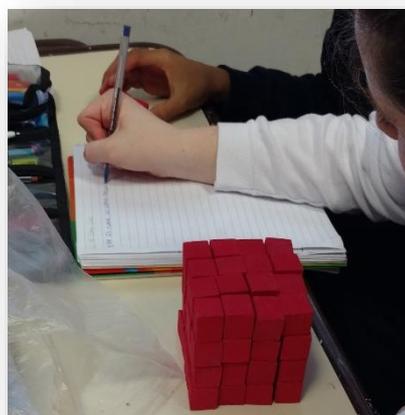
En esta actividad lúdica, se les entrega a los/las alumnos/as cubos iguales hechos en madera y se les pide que con ellos realicen distintos cuadrados, y que cuenten la cantidad de piezas que forman a cada uno. Seguido de esto, se les propone que formen con todas las fichas que más puedan una figura más grande. Más tarde, se pregunta si con determinadas cantidades de cubitos los cuadrados se podrán formar o no, debiendo los/las alumnos/as recordar que se trata de cuadrados por lo tanto deben tener el mismo número de cubitos en todos sus lados, lo que lleva a que ellos puedan hipotetizar cuando se podrán construir los cuadrados y cuando no, además de ir encontrando formas para contar la cantidad de cubitos, en lugar de contar uno por uno.

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

*Actividad 2, Cubitos II, mayores aproximaciones a la potenciación.*

Esta actividad está relacionada con la anterior, los materiales utilizados son los cubitos iguales en madera, la diferencia de esta nueva actividad consiste en que los/las alumnos/as deberán armar cubos en lugar de cuadrados, y contar la cantidad de piezas por las que son formados. En principio, los/las alumnos/as cuentan cada una de las piezas, al transcurrir la actividad algunos/as de ellos pueden optar por sacar algún tipo de cuenta, que más adelante el docente tomará para llegar a construir la definición de potenciación de números naturales.

Estas dos actividades - “Cubitos I” y “Cubitos II”- se inician desde el juego con los materiales, con una actividad que resulta entretenida para los alumnos ya que deben seguir ciertas reglas para formar o no los cuadrados o cubos que se les van solicitando. En un principio, se ponen a contar una por una las fichas de madera, pero luego se van generando estrategias de recuento y conclusiones que permiten hacer el cálculo sin tener el material concreto en la mano. Así los



alumnos se convierten en partícipes en la construcción del concepto de potenciación, que es el objetivo de la residente al plantear estas actividades. Se puede analizar, que en cada una de estas situaciones, se parte de un problema compuesto por otras consignas que son los subproblemas sobre la formación de cada uno de los cuadrados y cubos requeridos. Si bien en un comienzo los materiales sirven para responder las consignas, más avanzados en las actividades la prueba y error para formar un cuadrado o cubo, queda escaso y se requiere de los/las alumnos/as otro tipo de trabajo interno donde cada estudiante deba reflexionar, hipotetizar, discutir con sus compañeros y argumentar su posición. Esta es una forma enriquecedora de plantear la problemática donde las/los alumnas/os conforme van progresando en cada una de las actividades se sienten parte, se apropian de la situación y la vuelven significativa. Este es el camino que recorren los/las estudiantes por las actividades para finalizar cada una construyendo, junto a los aportes oportunos del/la docente, la noción de potenciación de números naturales. Donde el exponente en la primera actividad siempre será 2, debido a que en cada oportunidad se está calculando el

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

área de los cuadrados formados, y en la segunda actividad será 3 debido a que se forman cubos, y en cada oportunidad se estará calculando el volumen de los mismos. Es por eso que se ven reflejadas las relaciones de interioridad, construcción, innovación y saber en desplazamiento.

#### *Actividad de encajar cubitos, definición de radicación con números naturales*



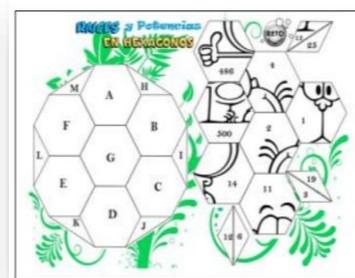
En esta actividad se les entrega a los/las alumnos/as cubitos de madera que serán las fichas, materiales ya conocidos para las/los estudiantes, así como también cajas de cartón cúbicas de distintos tamaños donde caben estratégicamente cierta cantidad de fichas. En esta oportunidad, las/los alumnas/os deben llenar las cajas y contar cuántas fichas entran en cada una de ellas. Además, deberán tener en cuenta la cantidad de fichas que completan el largo, el ancho y el alto de cada caja, para que puedan establecer relaciones y llegar a conclusiones de que se trata siempre de cubos, y por lo tanto el número que describe la cantidad de fichas que forman su largo, alto y ancho será el mismo. Avanzando en la actividad, las consignas sugieren que encuentren cuántas fichas formarán el lado de un cubo compuesto por más fichas de las que poseen, esto obliga a los alumnos a desprenderse del material concreto para poder generar estrategias de recuento que les permitan calcular para cualquier otro número. Esta actividad trae consigo una manera muy innovadora para poder pensar en cómo calcular la raíz cúbica de un número. Esta actividad propone a los/las alumnas situarse desde una perspectiva opuesta pensando en las actividades desarrolladas anteriormente, y llegar desde una cantidad total de fichas que contiene la caja, a determinar cuántos cubitos conformarán cada lado, y con esto nos referimos al largo, ancho y alto del cubo en cuestión. Nos centramos en que se producen las relaciones de construcción, innovación, interioridad y saber en desplazamiento. Debido a que se parte de la problematización de la situación, además se propone trabajar en grupo e ir desde lo concreto hasta un trabajo interno y reflexivo por parte de los/las estudiantes, los/las cuales deben apoyarse en sus propias lógicas y construcciones para defender su punto de vista y lograr relaciones significativas y necesarias para despegarse de lo concreto para establecer nuevas relaciones y tener así

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

herramientas para la resolución de las actividades que representan el problema. Las/os alumnas/os logran construir en el recorrido por esta serie de actividades, y a partir de las intervenciones del/la docente, la noción de raíz cúbica de una manera en la que se deja ver que el conocimiento no solo lo posee el/ la docente sino que ellos/ellas mismos/as son capaces de construir.

*Actividad de rompecabezas, propiedades de la potenciación.*

En este rompecabezas requiere que los alumnos resuelvan distintas potencias, y luego unir las fichas que den el mismo resultado. Si bien en el juego no se construyen conceptos a partir de jugar, se puede ver la utilidad del mismo debido a la conclusión que llegan los alumnos luego de resolver cada una de las fichas y guiados por la docente. Lo que extraen los alumnos luego de jugar es que, aunque haya fichas que están escritas de distintas formas el resultado al que arriban es la misma. Por lo tanto, desde ahí se pueden establecer las propiedades de la potenciación. En la primera parte de esta actividad la relación con la radicación es de reproducción, no se apunta a construir nada nuevo, sino que la resolución de las fichas siguiendo procedimientos que ya se venían trabajando. Es decir que la primera parte de la actividad no tiene una problematización sino la resolución mecánica de las actividades. Luego de eso, en la segunda parte de la actividad se produce una circulación importante de las ideas que van y vienen entre las resoluciones de las/os estudiantes y la docente que, a partir de sus intervenciones y repreguntas recupera las participaciones para poder concluir en las propiedades de la potenciación de números naturales. Se puede advertir el saber en desplazamiento y hacia la construcción.



Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

*Actividad Raíces en un hexágono, propiedades combinadas de la potenciación y la radicación.*

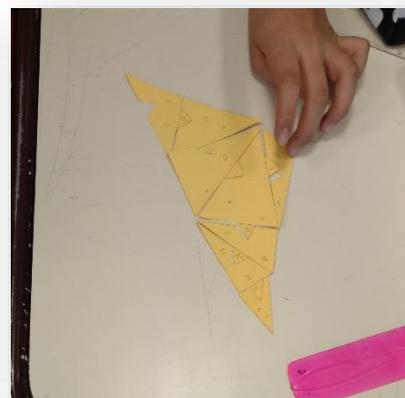
Esta actividad se utilizó a modo de repaso, la misma consistía en un rompecabezas en el que los alumnos debían resolver las operaciones de potenciación, radicación aplicando las propiedades como también algunos cálculos combinados simples, y luego unir con los resultados obtenidos. Este juego no se utiliza para la construcción de un nuevo concepto, sino como modalidad para dinamizar la utilización combinada de conceptos que se venían trabajando. Se transforma en una manera más entretenida de resolver ejercicios, no de



resolver problemas. Es por eso que la relación con el saber que predomina es la de reproducción y desde una marcada exterioridad, ya que se trata de aplicar ciertos mecanismos paso a paso y el espacio decisional de los/las alumnas se reduce a la aplicación correcta de una determinada propiedad. Con todo, se produce una dinámica que también moviliza los saberes y hace circular entre las/os alumnas/os aún en diferentes grados de aproximación a las conceptualizaciones.

*Relatos Geométricos, Actividad de rompecabezas, debatir condiciones de constructibilidad de los triángulos*

Esta actividad fue utilizada como evaluación para momentos particulares de acreditación. En el juego los alumnos debían vincular triángulos por la coincidencia de la medida de alguno/s de su/s lado/s bajo conforme a la propiedad que habían visto anteriormente sobre la constructibilidad de triángulos. La importancia de esta actividad reside en que los alumnos deben realizar conjeturas para determinar qué fichas se pueden acomodar para que



todos los triángulos puedan formarse. Con este juego no se apunta a la construcción de un conocimiento. Las/os alumnas/os, en base a la propiedad, pueden discernir sobre las

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

posibilidades que tienen de que cada triángulo se pueda armar. Esto implica que van a utilizar distintas técnicas a la hora de unir las fichas, también ensayo y error, y eso reduce las alternativas de tomar decisiones o realizar juegos de anticipación. Por esta razón la relación más presente es la de reproducción.

#### *Actividad Carrera de obstáculos, áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros*

Esta actividad se utilizó para poner en práctica los conceptos vistos anteriormente en las clases. Es un juego compuesto por un tablero con las diferentes figuras trabajadas y distintas cartas cuyos reversos tienen las mismas figuras que las del tablero. Los alumnos tenían que ir superando obstáculos e ir avanzando en los casilleros ante una respuesta



correcta, cada uno de estos casilleros indican qué carta debían levantar para realizar el cálculo de áreas o perímetros. Lo que se puede resaltar de este juego es que en diferentes oportunidades las cartas que se levantan están en función de anticiparse estratégicamente a la necesidad de cartas del contrincante. Y en otro de los casilleros del tablero, el jugador, en cambio, puede elegir las cartas que menos le costaron resolver para poder avanzar más rápidamente y sin cometer errores. Si bien en una parte de la actividad se requiere que los alumnos solo apliquen las fórmulas antes obtenidas como son las de cálculos de áreas, el juego también habilita espacios donde ellos deben tomar decisiones y esto les permitirá avanzar con seguridad, así como hacer que el camino de su contrincante sea más difícil, y para eso tendrán que observar su comportamiento, qué o cuáles figuras le costaron más en su resolución para proponerle cuando toque el casillero. Por eso, en este juego se habilitan centralmente relaciones de reproducción y también de mucha anticipación y estrategia para conseguir la mejor utilización de los casilleros y las fichas para ganar.

#### **A modo de reflexiones provisionales**

Del análisis de los diferentes juegos, podemos señalar que, en ningún caso, en la selección, el diseño o la adaptación de actividades lúdicas que hacen las/os residentes, la actividad queda bajo reglas que dependen completamente del azar. Tal situación restringiría las posibilidades de intervenciones y resultaría de absoluta exterioridad,

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

dejaría al jugador afuera, casi como espectador resignado a mirar lo que no puede modificar ni evitar que suceda con cada partida.

En los bingos, por ejemplo, las/os alumnas/os deben aplicar los métodos oportunos para resolver la consigna de la ficha que les tocaron y, hacerlo correctamente, va a permitir que tengan más o menos posibilidades de ganar. Si bien podemos afirmar que se trata de actividades de fuertes procesos de reproducción y de aplicación de contenidos trabajados previamente, podemos advertir también que las decisiones a la hora de elegir las estrategias más eficientes demandan apropiaciones significativas de los contenidos que implican relaciones de interioridad.

En juegos como el Tangram, el trabajo sobre las longitudes de las fichas del rompecabezas logra mostrar la insuficiencia del conjunto numérico con el que venían trabajando y representan la oportunidad de pensar que el conocimiento se genera a partir de necesidades. Se puede llegar a elaboraciones con las/os alumnas/os acerca de una noción de irracionalidad que es particular acepción en la matemática, y con ello la oportunidad de trabajar con un nuevo conjunto numérico. Centralmente las mediaciones desde el juego reemplazan las imposiciones de los conocimientos. Desde la participación, con las distintas piezas y en las diversas formas que el juego ofrece, se van identificando con fuerza las relaciones de construcción y los saberes en desplazamiento. La gradualidad queda timoneada con un solo irracional -raíz de 2-, tomando luego múltiplos y submúltiplos, extendiendo luego a las raíces de otros números primos, utilizando para el cálculo de longitudes y luego de áreas, para construir procedimientos para las operaciones entre irracionales. Se trata de un caso en que las relaciones de construcción, saber en desplazamiento tanto como de interiorización significativa de las conceptualizaciones quedan muy bien ejemplificadas.

En otras situaciones, como en el juego con pinturas, se pudo construir a través de la actividad misma la noción de sistemas de ecuaciones lineales o en el juego del uno, con el que se trabaja la relación parte-todo y las fracciones equivalentes. En ambos juegos los materiales funcionan como soporte de información con la que las/os alumnas/os realizan un trabajo interno muy fuerte para llegar finalmente, y mediados por las intervenciones docentes, a poder establecer un concepto que elaboran ellos mismos en su totalidad. Además, lo enriquecedor de estos juegos reside en que los alumnos deben realizar un gran trabajo de anticipación, de argumentación, de pensar en estrategias que le permitan ganar,

así como defender y demostrar su punto de vista dentro de un grupo de trabajo. La dinámica que se genera, los diferentes tipos de interacciones entre compañeras/os, permiten identificar construcciones compartidas, parciales, que van ganando definición y aproximación al conocimiento formal en la misma circulación.

Pudimos analizar muchas propuestas en que los saberes circulan en las aulas entre las/os compañeras/os de juego, se ponen de manera instrumental para tratar de resolver y garantizar tener una ficha segura, identificamos diferentes propuestas que problematizan y requieren que se busquen formas estratégicas para resolver. Estas actividades son muy importantes e interesantes y en esta investigación queremos enfatizarlas como un comienzo, para seguir trabajando sobre esto, y que los juegos no solo sean tenidos en cuenta como motivadores, o una forma distinta de realizar ejercitación mecánica y sin sentido, sino como aquellas estrategias que permiten generar espacios de reflexión, de construcción de conocimientos y de innovación en la educación en matemática. Se necesita, y las mediaciones del juego lo permiten, que las reglas y las condiciones pongan a las/os alumnas/os en situación de circulación de los saberes, con otras dinámicas; que los lleven a establecer regularidades y a elaborar estrategias; que el ensayo y error vaya siendo reemplazado a partir de establecer conjeturas, de tener permisos para entrar en contradicciones y así llegar a conclusiones que habiliten nuevos conocimientos.

Analizamos propuestas de residentes que no utilizan actividades lúdicas en ningún momento, a aquellos que muestran haber incorporado la posibilidad del juego en la enseñanza. Podemos reconocer que entre el 60% y el 70% de los juegos analizados las relaciones con el saber que predominaron fueron las de interioridad y de movilidad traducida desde los saberes en desplazamiento. Las relaciones de construcción están presentes en más del 50 % de los juegos analizados. Con estos datos podemos afirmar que en la mayor parte de los juegos fueron utilizados construir un conocimiento, para que la/el alumna/o tomara posición y argumentara sobre un determinado punto de vista, para favorecer un trabajo interno que demandaba hipotetizar y hacer ensayos de anticipación. En la mayoría de los juegos se partió de la problematización que generaba la actividad en sí misma para llegar, desde la participación reflexiva de las/os alumnas/os, acompañadas por diseñadas intervenciones de las/os residentes, a construir una definición formal o un procedimiento validado. Cabe destacar que, en la mayor parte de los juegos analizados, el juego no fue utilizado como un motivador, o un instrumento para hacer más divertida

la tarea, sino que fue utilizado con fines matemáticos, por lo que constituye una gran herramienta para el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

También es claro que se pueden establecer desarrollos más elaborados de juegos para integrar a las propuestas de aula. Lo bueno, como otra reflexión de lo estudiado, es que estos análisis nos permiten pensar alternativas como la de generar mayores espacios decisionales por parte de los alumnos con instrumentos tan sencillos como agregar que diseñen comodines.

El recorrido realizado también nos genera nuevos interrogantes acerca de las posibilidades de los juegos en relación a los momentos en la clase y nos invita a cuestionarnos acerca de, en qué tipo de relaciones se han logrado procesos de mayor participación. Como en el juego de elevando cubitos en que, actividades más mecánicas habían logrado mayores intercambios e intervenciones. Nos planteamos si, seducidas/os por las posibilidades de construcción, nos negamos a reconocer que la reproducción en dinámicas de intervención en las que muchos casos se juegan en tiempos más cortos, pueden redundar con la misma fuerza en mejores oportunidades de aprendizaje.

La innovación queda muy demorada, restringida al docente y marcando una ruptura en relación a una de las hipótesis de este trabajo, a saber: en algún momento señalamos que podría pensarse que el sello que imprime en las relaciones que promueve la/el residente en situaciones de socialización profesional docente, podrían explicitar las propias relaciones personales con el saber. En este caso se advierte que las/os residentes generan innovaciones con los juegos que utilizan y sin embargo no ponen al/a la alumno/a en el lugar de producir, generar relaciones creativas. No aparecen situaciones en que las/os estudiantes toman lugar en la producción de nuevas reglas de juego, de nuevas fichas, de otros diseños, de ampliación de los espacios decisionales incorporando, por ejemplo, comodines, ni de innovación acerca de los contenidos.

En muchos casos la combinación de relaciones de reproducción e interioridad, en aparente contradicción, han permitido que saberes procedimentales asociados a cálculos con fórmulas o utilización de propiedades, hayan habilitado la apropiación significativa de esos saberes, la apelación a ellos como conocimientos disponibles para usarlos estratégicamente, no ciegamente.

Se puede analizar que, las relaciones que funcionan como lentes, aun presentando una posibilidad cromática entre los polos que define cada *RAS*, conviven en diversidades que

no están del mismo lado de los extremos. Un juego y un docente que propone relaciones de aplicación mecánica de métodos de resolución, promueve en el mismo juego que el alumno tenga que identificar el más oportuno y eficaz, seleccionar, comprobar que le está resultando útil para ese contexto y estar dependiendo de la resolución de los contrincantes, avanzando a partir de promover relaciones de apropiación significativa y de circulación de los saberes entre compañeros, cuestión que se aleja de la depositación de la autoridad del saber correcto en el docente sino que se comparte y se valida entre compañeros.

Por último, nos preguntábamos si el campo conceptual impondría unas relaciones antes que otras. De las experiencias estudiadas no se identifican vinculaciones particulares asociadas a conceptualizaciones específicas, antes bien al tipo de procesos relacionales de construcción o de reproducción, de seguimiento de pistas bajo control externo o de permitir los argumentos, las conjeturas, las validaciones y las contradicciones como posibilidad de aproximaciones significativas y de defensa de lo que se produce.

### **Los Juegos y el análisis a través de las lentes de las RAS -nuestras conclusiones-**

Una de las primeras reflexiones importantes para poder recuperar en la formación del profesorado está en la confirmación misma de las alternativas educativas que el juego permite. Los juegos representan una oportunidad muy potente de construir relaciones con el conocimiento matemático.

Colaboran para que pensemos cuáles son los espacios de participación que quedan muchas veces para las/os alumnas/os y qué tipo de intervenciones se promueven (de producción, de reproducción, de innovación, de intercambio, de validación), cuáles y qué tan amplios o restringidos son los espacios de decisión.

La reflexión sobre los juegos nos permite pensar estrategias sencillas y alternativas que rápidamente amplían espacios decisionales y se orientan hacia la producción.

Colaboran con las posibilidades de hacer pensar el conocimiento a partir de necesidades antes que de imposiciones.

Permite insistir en que las relaciones con el saber necesitan proponerse, promoverse, provocarse, tienen que poder evidenciarse como parte de las intencionalidades docentes, no se pueden dejar dependiendo de supuestos logros naturales o espontaneísmos. El juego con sus reglas, sus fichas y sus dinámicas contribuye.

La virtualidad de los juegos para generar dinámicas de intercambio entre estudiantes y de trabajo con más consignas que las que compondrían un trabajo práctico.

Que los saberes que circulan y se validan entre compañeros, jugada a jugada, van generando independencia de la aceptación autorizada del/la docente y van apoyándose en estrategias de control sobre lo que se produce.

En muchos casos, la frecuencia de las relaciones que promueve el/la residente para el alumno, reflejan las propias relaciones con el saber; en otros, como en las mediaciones innovadoras, aparecen en la relación de residente con el material que propone, pero no en la demanda al alumno como jugador.

Relaciones en aparente contradicción como las de reproducción e interioridad conviven y generan posibilidades educativas igualmente trascendentes.

La complejidad de algunas conclusiones remite a procesos reflexivos de gran complejidad. Por ejemplo, no hallar una solución no garantiza que esa solución no existe, pero, argumentar acerca de que no se cumple alguna condición de constructibilidad ya permite tomar la decisión de dejar de intentar con esa figura.

Estamos convencidas que la formación para una ciudadanía participativa demanda fuertemente las construcciones relacionales (superar fragmentaciones, establecer nuevas vinculaciones, redes de articulaciones conceptuales), también con el saber matemático. En esas necesidades, las prácticas educativas mediadas por juegos vienen a significar una fecunda alternativa para construir mayores accesos al saber.

## Bibliografía

- Alsina, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Alsina, A., & Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*, 113-142.
- Alsina, C. (2007). *Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV?* El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*. (43), pp. 85-101
- Amster, P y Pinasco, J.P. (2017). *Teoría de juegos. Una introducción a la toma de decisiones*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Blanchard Laville, C. (2004). *Saber y relación pedagógica*. Serie: Formación de Formadores. Los documentos N° 5. Buenos Aires: Facultad de Filosofía y Letras, UBA y Ediciones Novedades Educativas.
- Bosch, M. & Gascón, J. (2009). *Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM.
- Brinnitzer, E.; Collado, Ma.E.; Fernández Panizza, G.; Gallego, Ma.F.; Pérez, S.G. y Santamaría, F. (2015). *El juego en la enseñanza de la matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas
- Charlot, B. (2008a). *La relación con el saber. Elementos para una teoría*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Charlot, B. (2008b). *La relación con el saber, formación de maestros y profesores, educación y globalización*. Montevideo: Trilce.
- D'Alfonso, L.; Grosz, S.; Pedraza, J.C. y Revuelta, C. (2015). *Taller Jugo de juegos*. Santa Fé: UMA
- D'Andrea, C.(2012). *Juegos matemáticos y análisis de estrategias ganadoras*. Córdoba, Argentina: FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba
- de Guzmán Ozámiz, M. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Actas de las IV JAEM. Tenerife, 49-85.
- de Guzmán Ozámiz, M. (1989). *Juegos y matemáticas*. *Revista Suma*.

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

de Guzmán Ozámiz, M. (2000). *Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática*, en *Revista de Ciencias de la Educación*, n.º 21, pp. 19-26.

de Guzmán Ozámiz, M. (2004). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. *Números*, (59), 5-38.

Di Franco, Norma. (2018) *Relaciones con el saber en las prácticas de formación del Profesorado de Matemática*. ISBN: 978-950-863-346-0. Santa Rosa, La Pampa: EdUNLPam

Gairín Sallán, J. (1990). *Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas*. *Educación*, (17), 105-118.

Gairín Sallán, J. & Escolano, J. M. (2006). *Moviendo fichas hacia el pensamiento matemático*. *Suma* (51), 15-29.

Gairín Sallán, J. & Amigo, J. F. (2010). *Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez*. *Tendencias pedagógicas*, (15), 57-90.

Gardner, M.(1988). *Carnaval Matemático*. Madrid: Alianza editorial

Lupiañez, J. L., Espinoza, J. & Segovia, I. (2014). *La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática*. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 14(2).

Font, V. & Godino, J. D. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Coll (Ed.). *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 9-52). Barcelona: Graó.

Goñi, J. M. (2011). Desarrollo de una guía para la realización del practicum. En J. M. Goñi (Coord.) *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 161-174). Barcelona: GRAÓ.

Mastache, A. (2011a) Efectos formativos de la modalidad residencial e intensiva. *Praxis Educativa* 14, XVI, 76-84.

<http://ojs.fchst.unlpam.edu.ar/ojs/index.php/praxis/article/view/432/361> [29/08/2016]

Mastache, A. (2011b) Efectos formativos de la modalidad residencial e intensiva. Segunda parte. *Praxis Educativa* 15, XV, 118-126.

<http://ojs.fchst.unlpam.edu.ar/ojs/index.php/praxis/article/viewFile/413/340>  
[29/08/2016]

Cañada, D. Las posibilidades reflexivas en la enseñanza de la matemática con juegos

Mastache, A. (2012). *Clases en escuelas secundarias. Saberes y procesos de aprendizaje, subjetivación y formación*. Buenos Aires: Noveduc.

Martínez, M. (2006). *La investigación cualitativa*. Revista de investigación en psicología, 9(1), pp. 123-146.

[http://sisbib.unmsm.edu.pe/BVRevistas/Investigacion\\_Psicologia/v09\\_n1/pdf/a09v9n1.pdf](http://sisbib.unmsm.edu.pe/BVRevistas/Investigacion_Psicologia/v09_n1/pdf/a09v9n1.pdf).

Neiman, G. y Quaranta, G. (2006). Los estudios de caso en la investigación sociológica. En Vasilachis I. (Coord.) *Estrategias de Investigación Cualitativa* (pp. 213-237). Barcelona: Gedisa.

Planas, N. (2011). Buenas Prácticas en la enseñanza de las Matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (Coord.). *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 57-157). Barcelona: Graó.

Villabrille, B. (2010). *El juego de la enseñanza de las matemáticas*. Buenos Aires: Instituto Superior Pedro Póveda.